Laboratorio di Fondamenti di Automatica
Quinta esercitazione

Sintesi e prova del controllo di temperatura

Premessa

- Scopo di quest'esercitazione di laboratorio:
  - sintetizzare, simulare e provare sperimentalmente diversi regolatori di temperatura per l'apparato termico sperimentale, confrontando i risultati ottenuti e commentando il tutto alla luce delle competenze apprese nel corso.

- Contenuto dell'esercitazione:
  - sintesi di diversi regolatori PID
    - sulla base dei modelli determinati nella precedente esercitazione,
    - con differenti specifiche sul comportamento del sistema in anello chiuso;
  - simulazione in MATLAB dei sistemi di controllo ottenuti;
  - prova sperimentale dei regolatori e confronto con le simulazioni.

Modelli

- I modelli determinati nella quarta esercitazione sono quattro, e precisamente
  - uno del prim'ordine ottenuto dalla risposta a scalino (M1),
  - uno del second'ordine senza zeri (struttura “fisica” nel caso di apparato simmetrico) ottenuto dalla risposta a scalino (M2),
  - uno del terz'ordine con uno zero (struttura “fisica” nel caso di apparato non simmetrico) ottenuto dalla risposta a scalino (M3),
  - uno del terz'ordine con uno zero ottenuto da punti della risposta in frequenza (M4).
- Definiamo questi modelli in MATLAB (ognuno usi i propri numeri):

```
>>M1=tf(0.067,[70 1]);
>>M2=tf(0.067,conv([65 1],[8 1]));
>>M3=tf(0.067*[12 1],conv(conv([60 1],[15 1]),[7 1]));
>>M4=tf(0.067*[48 1],conv(conv([78 1],[20 1]),[12 1]));
```

Regolatore R1

- Sintetizziamo un regolatore PI, **$R1(s)=K(1+1/sTi)=K(sTi+1)/s$, in modo da ottenere un tempo di assestamento Ta della risposta in anello chiuso ad uno scalino di set point pari a 120 s (ovvero $\omega_c=5/Ta=5/120=0.04$ r/s).**

- **Per farlo, con riferimento al modello M1, che ha struttura $M1(s)=\mu/(1+s\tau)$, poniamo per prima cosa $Ti=\tau$.**

  In questo modo lo zero del regolatore R1 cancella il polo del modello M1.

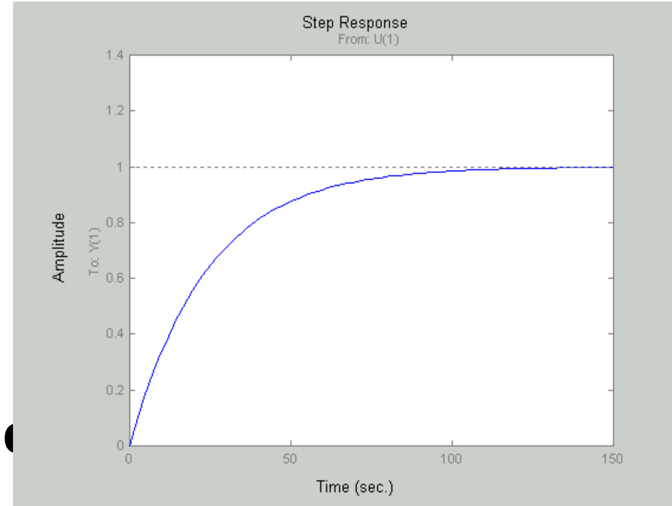
- **Otteniamo la funzione di trasferimento d'anello $L(s)=\mu K/(s\tau)$ la cui pulsazione critica vale $\omega_c=\mu K/\tau$.**

- **Per assegnare $\omega_c=5/120$, si deve quindi scegliere $K=5/120*\tau/\mu$.**

Regolatore R1

- **Con i dati "nominali" (μ=0.067, τ=70) si ottiene:**

```
>>Ti=70; (questo produce L(s)=R1(s)*M1(s)=0.067K/(70s))
  >>K=5/120*70/0.067;
  >>R1=K*(1+tf(1,[Ti 0]));
  >>step(R1*M1/(1+R1*M1),150);
```



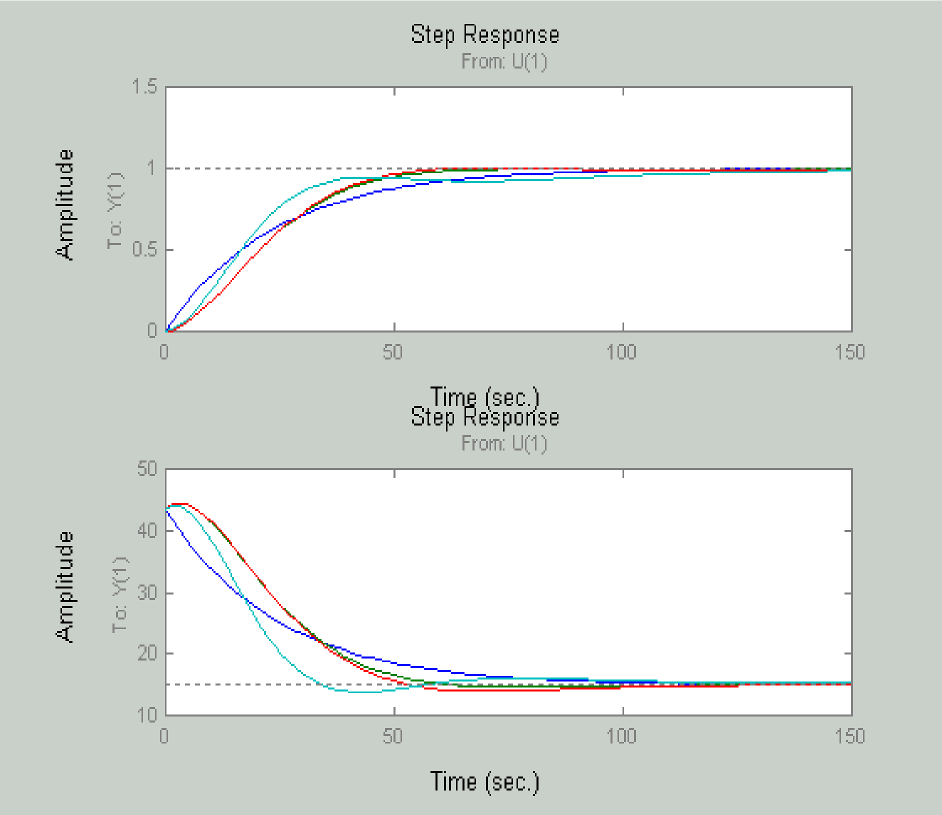
- **Valutiamo ω_c e φ_m con tutti e 4 i mode**

```
>>[gm,pm,wu,wc]=margin(R1*M1);[wc,pm]
ans = 0.0417   90.0000
>>[gm,pm,wu,wc]=margin(R1*M2);[wc,pm]
ans = 0.0422   72.6854
>>[gm,pm,wu,wc]=margin(R1*M3);[wc,pm]
ans = 0.0432   70.4231
>>[gm,pm,wu,wc]=margin(R1*M4);[wc,pm]
ans = 0.0596   73.8407
```

Regolatore R1

- Simuliamo coi 4 modelli le risposte (delle variazioni) di PV e CS:

```
>>subplot(211);
>>step(R1*M1/(1+R1*M1),R1*M2/(1+R1*M2),R1*M3/(1+R1*M3),R1*M4/(1+R1*M4),150);
>>subplot(212);
>>step(R1/(1+R1*M1),R1/(1+R1*M2),R1/(1+R1*M3),R1/(1+R1*M4),150);
```

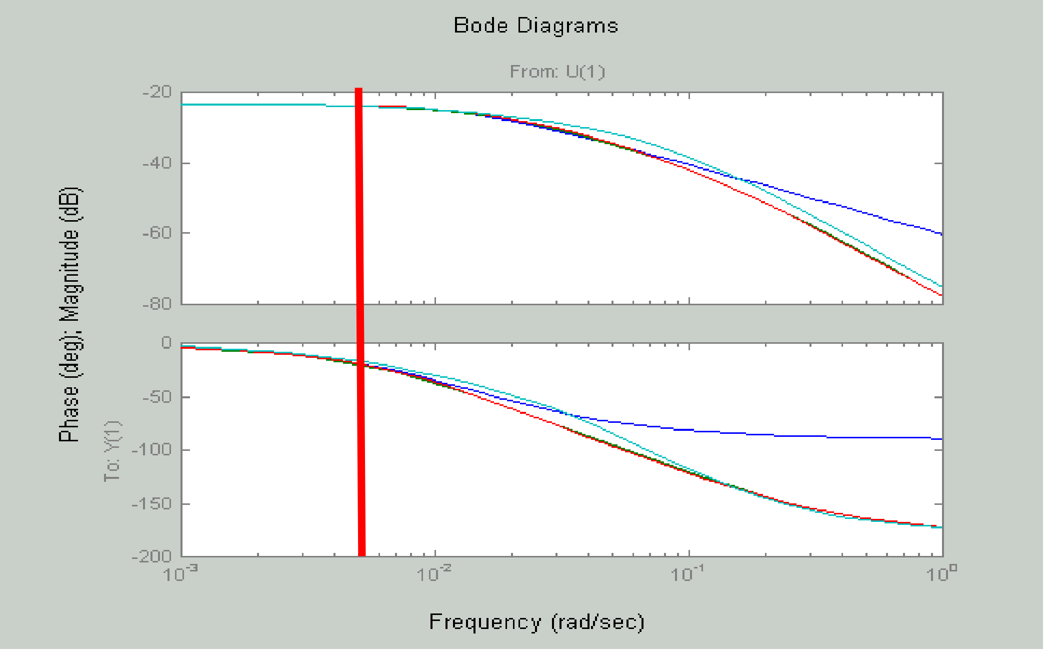


- Si vedono differenze significative tra le quattro risposte.
- Cerchiamo di capire il perchè valutando le differenze tra i 4 modelli in termini di risposta in frequenza.

Valutazione della risposta in frequenza dei modelli

- Vediamo modulo <u>e fase</u> della risposta in frequenza dei modelli:

```
>>clf; bode(M1,M2,M3,M4);
```



- **I modelli sono equivalenti solo fino a pulsazioni dell'ordine di 0.005 r/s.**
- **Per ottenere risposte uguali con tutti i modelli bisogna scegliere $\omega_c \leq 0.005$ r/s (nel progetto di R1 $\omega_c = 5/120 = 0.04$ r/s).**

Regolatore R2

- **Seguendo lo stesso procedimento del caso precedente, progettiamo ora un regolatore R2 con la stessa struttura di R1 tale che ω_c=0.005 r/s.**
- **Con i dati "nominali" (μ=0.067, τ=70) si ottiene:**

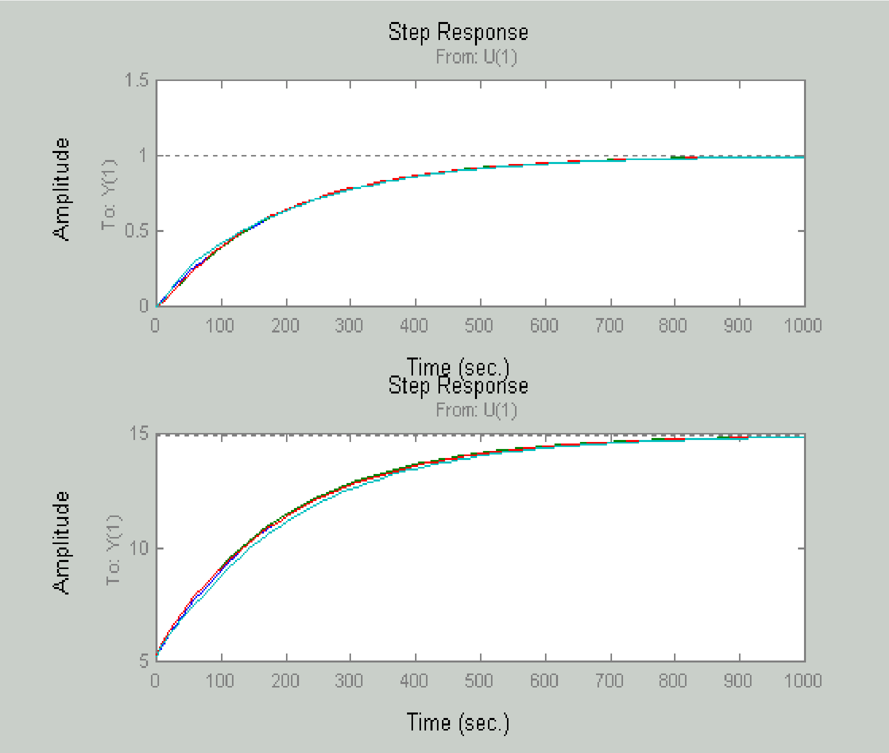
```
>>Ti=70;
>>K=0.005*70/0.067;
>>R2=K*(1+tf(1,[Ti 0]));
```

- **Il tempo di assestamento sarà ora Ta=5/ω_c=5/0.005=1000 s invece di 120 s.**

Regolatore R2

- **Simuliamo coi 4 modelli le risposte (delle variazioni) di PV e CS:**

```
>>subplot(211);
>>step(R2*M1/(1+R2*M1),R2*M2/(1+R2*M2),R2*M3/(1+R2*M3),R2*M4/(1+R2*M4),1000);
>>subplot(212);
>>step(R2/(1+R2*M1),R2/(1+R2*M2),R2/(1+R2*M3),R2/(1+R2*M4),1000);
```



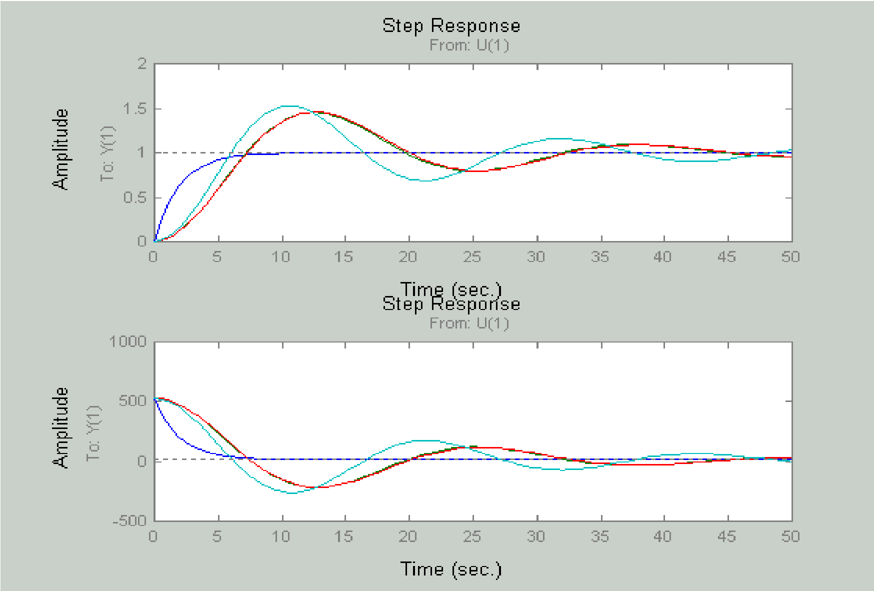
CONCLUSIONI:

- possiamo anche usare modelli grossolani, ma possiamo fidarcene solo in bassa frequenza e dobbiamo ridurre quindi le prestazioni richieste.
- Per ottenere prestazioni migliori ci servono modelli affidabili anche a frequenze “alte”.

Regolatore R3

- Convinciamoci meglio richiedendo una banda di controllo $[0,\omega_c]$ che si estende a pulsazioni dove M1 non è più affidabile (ad esempio ω_c=0.5 r/s):

```
>>Ti=70;K=0.5*70/0.067;
>>R3=K*(1+tf(1,[Ti 0]));
>>subplot(211);
>>step(R3*M1/(1+R3*M1),R3*M2/(1+R3*M2),R3*M3/(1+R3*M3),R3*M4/(1+R3*M4),50);
>>subplot(212);
>>step(R3/(1+R3*M1),R3/(1+R3*M2),R3/(1+R3*M3),R3/(1+R3*M4),50);
```



- Si vede che le simulazioni con M1 non descrivono in maniera adeguata il comportamento del sistema (qualunque sia la “verità”, essa è di certo più vicina a quanto dicono gli altri modelli).
- Se esagerassimo, richiedendo una banda di controllo ancora più ampia, potremmo anche arrivare all'instabilità.

Regolatore R4

- Usiamo un modello migliore (ad esempio M2) e tariamo un regolatore PID reale.

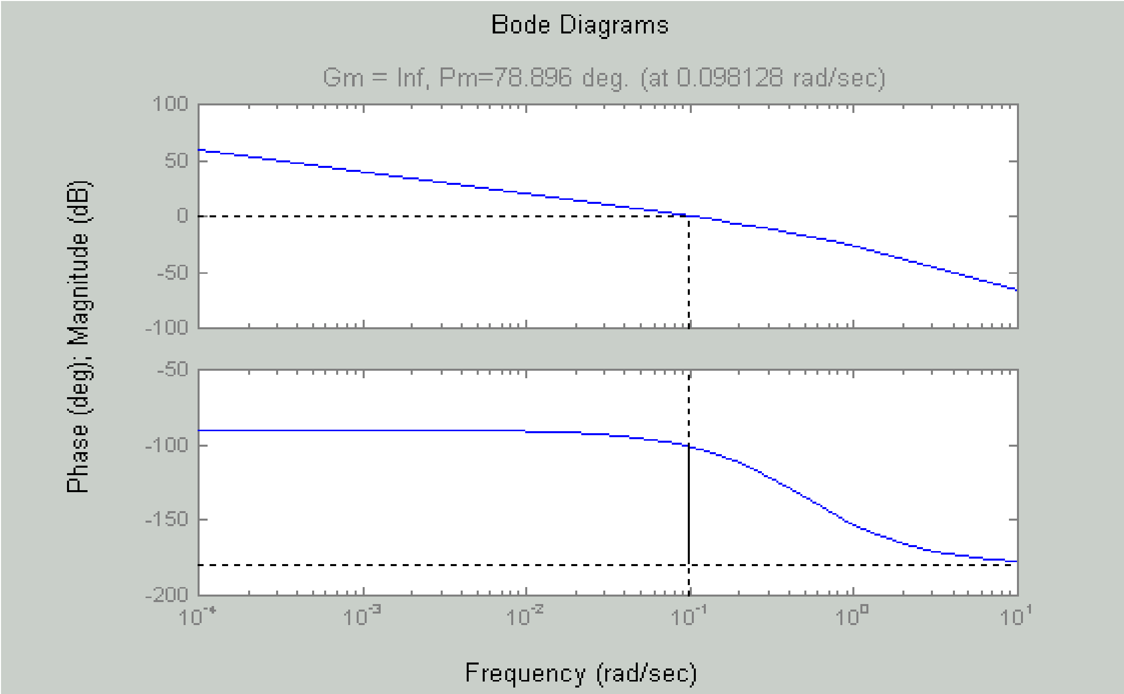
- **Il modello M2 ha struttura $M2(s)=\mu/[(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)]$, mentre il regolatore R4 ha struttura $R4(s)=\mu_R(1+sT_1)(1+sT_2)/[s(1+s\tau)]$.**

- **Sintetizziamo R4 in modo che la funzione di trasferimento d'anello $L(s)=R4(s)M2(s)$ abbia la forma $0.1/[s(2s+1)]$, scelta per ottenere $\omega_c=0.1$ r/s, ovvero la costante di tempo dominante in anello chiuso pari a 10 s, e ponendo il secondo polo di $L(s)$ alla pulsazione 0.5 r/s, cioè mezza decade dopo la pulsazione critica.**

- R4 quindi è data da $R4(s)=L(s)/M2(s)=1/M2(s)*\mathbf{0.1/[s(2s+1)]}$.

Regolatore R4

```
>>R4=1/M2*tf(1,conv([10 0],[2 1])
Transfer function:
520 s^2 + 73 s + 1
------------------
1.34 s^2 + 0.67 s
>>margin(R4*M2)
```



Regolatore R4

- Esprimiamo R4 nella forma (detta anche forma ISA)

$$R4(s) = K\left(1 + \frac{1}{sTi} + \frac{sTd}{1 + sTd/N}\right) = \frac{K}{Ti}\,\frac{s^2 Ti\,(Td + Td/N) + s\,(Ti + Td/N) + 1}{s\,(1 + sTd/N)}$$

- Dal confronto con l'espressione determinata precedentemente e cioè

  R4(s)=(520 s^2+73s+1)/[s(1.34s+0.67)]=

  =1/0.67 (520 s^2+73s+1)/[s(2s+1)]

  otteniamo subito

  Td/N = 2 (costante di tempo del polo del derivatore)

  K/Ti=1/0.67 (guadagno di R4)

Regolatore R4 (continua)

- Esprimiamo R4 nella forma (detta anche forma ISA)

$$R4\left(s\right) = K\left(1 + \frac{1}{sTi} + \frac{sTd}{1 + sTd\ / N}\right) = \frac{K}{Ti}\,\frac{s^{2Ti}\left(Td + Td\ / N\right) + s\left(Ti + Td\ / N\right) + 1}{s\left(1 + sTd\ / N\right)}$$

- Dal confronto con l'espressione determinata precedentemente e cioè

  $R4(s)=(520\ s^2+73s+1)/[s(1.34s+0.67)]=$

  $=1/0.67\ (520\ s^2+73s+1)/[s(2s+1)]$

  Poi,uguagliando i coefficienti dei numeratori:

  Ti+Td/N=73 da cui Ti=73-2=71

  Ti(Td+Td/N)=520 da cui

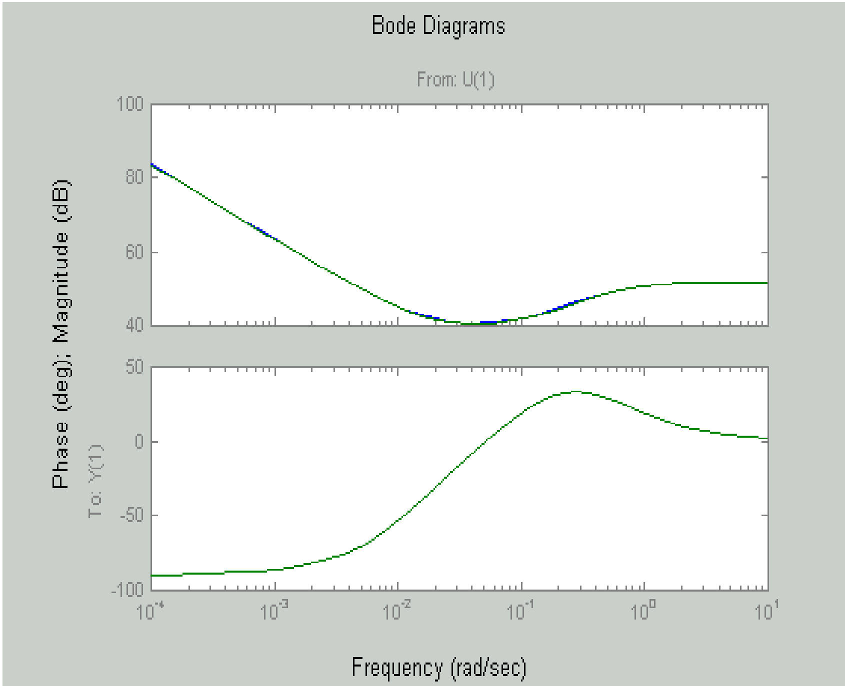
  Td=(520-142)/71=5.32 e N=5.32/2=2.66

  K= Ti/0.67=71/0.67=105

Regolatore R4

- Verifichiamo:

```
>>bode(R4,105*(1+tf(1,[71 0])+tf([5.32 0],[5.32/2.66 1])))
```



- R4 nella forma ISA è quindi dato da

$$R4(s) = 105\left(1 + \frac{1}{71s} + \frac{5.32s}{1+2s}\right)$$

Riepilogo dei regolatori da provare

- Ora proveremo sull'impianto fisico i regolatori (PI/PID ISA) seguenti:

	K	Ti	Td	N
R1	43.5	70		
R2	5.22	70		
R4	105	71	5.32	2.66

- Per eseguire le prove occorrerà una condizione iniziale di riferimento, per cui
  - porteremo l'impianto a regime con il PID in manuale e CS=50%,
  - porremo SP al valore intero (in °C) più prossimo al valore di regime di PV,
  - porremo il PID in automatico (coi parametri di R1) e attenderemo il regime;
- a quel punto potremo iniziare le prove.

Prove da effettuare

- Segnali da applicare:
  - scalini di SP di ± 2°C,
  - scalini di LD (Q_2) di $\pm 20\%$.
- Caratteristiche da valutare:
  - tempo di assestamento e sovraelongazione della risposta a SP
  - tempo di assestamento e massima deviazione della risposta a LD
  - sensitività di CS al rumore di misura
- OPZIONALE: in seguito, provare a modificare la risposta a SP usando il peso sul set point nell'azione proporzionale (il parametro b) nella legge PID ISA.
- Commentare i risultati.