



Laboratorio di Fondamenti di Automatica
Terza esercitazione

Modello dell'apparato da controllare

- Scopo di quest'esercitazione di laboratorio:
 - ottenere, a partire da dati sperimentali, un modello dell'apparato termico disponibile in laboratorio, adatto per il problema di controllo che in seguito risolveremo.
- Contenuto dell'esercitazione:
 - descrizione dell'apparato sperimentale;
 - posizione del problema di controllo che affronteremo;
 - scrittura di un suo modello basato su equazioni di bilancio;
 - derivazione di un modello adatto allo specifico problema;
 - parametrizzazione di tale modello a partire dai dati sperimentali che avremo nel frattempo raccolto;
 - conclusioni.

- E' assolutamente necessario che tutti i gruppi operino in modo il più possibile sincrono. Quindi siete pregati di
 - fare tutto e solo ciò che vi viene chiesto, evitando di “provare” a fare manovre non richieste e che, per rimettere le cose a posto, farebbero perdere tempo (i fenomeni fisici non si possono “resettare” e neppure “mettere in pausa”);
 - segnalare subito eventuali discrepanze tra quel che vedete succedere e quel che vi viene detto che dovrete vedere;
- Dato il poco tempo disponibile, chi fa manovre tali da disallineare il suo esperimento rispetto agli altri non potrà più essere seguito (farlo significherebbe compromettere l'esercitazione di tutti).

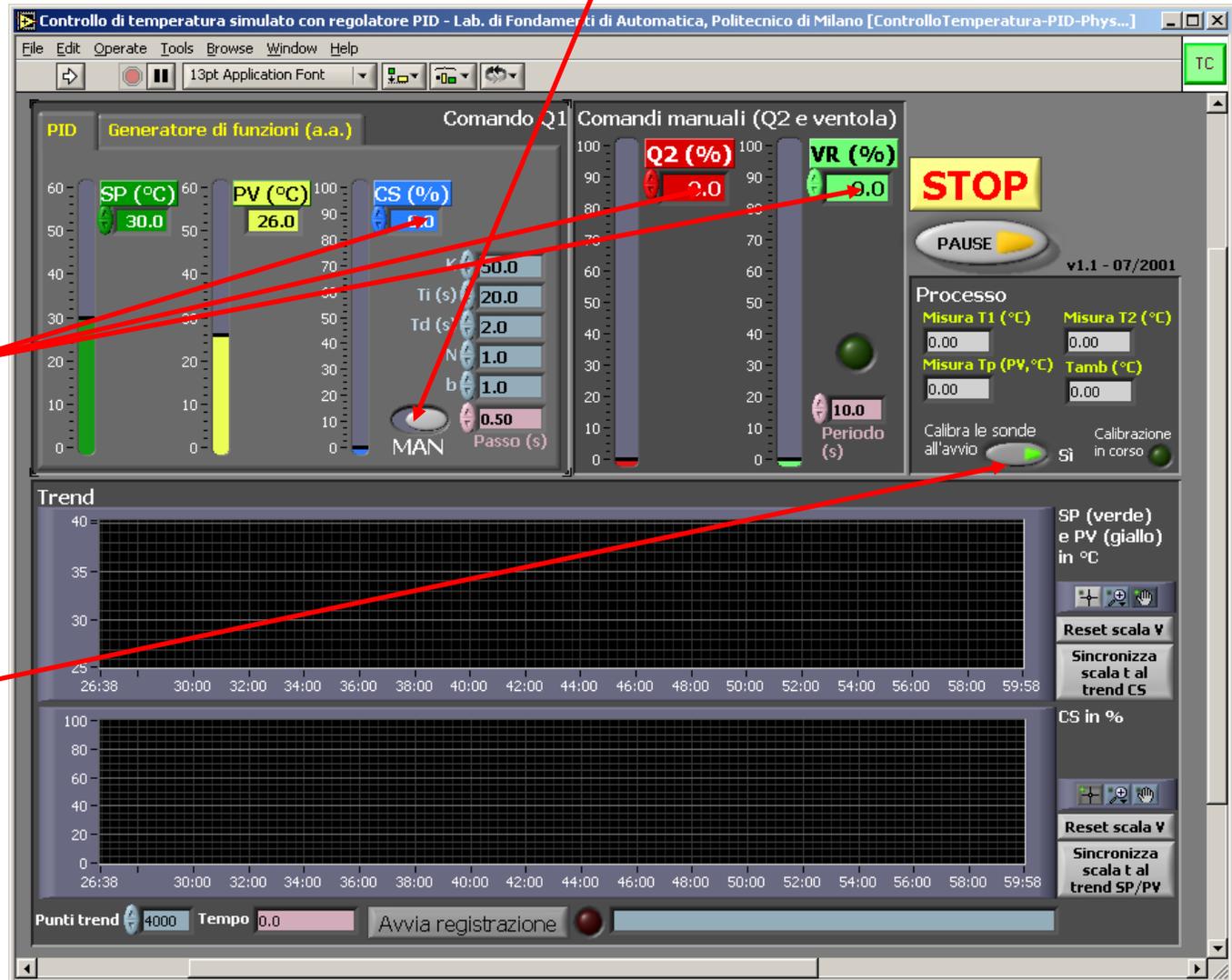
**Lanciare l'applicazione
Controllo di Temperatura
presente sul desktop di Windows
e non fare null'altro**

**Adesso avvieremo l'esperimento
(per guadagnare tempo)
e poi saranno spiegati
la disposizione sperimentale
e il significato di tutti i comandi
che compaiono nella finestra
dell'applicazione**

Operazioni preliminari



- 1) Accertarsi che questo comando sia impostato su MAN: se non è così, spostare il bottone in modo che lo sia
- 2) Accertarsi che i comandi CS, Q2 e VR siano a 0; se non è così scrivere 0 in queste tre caselle, premendo ogni volta INVIO per confermare il valore inserito
- 3) Accertarsi che il comando "Calibra le sonde all'avvio" sia nella posizione "Sì" e porvelo se non lo è



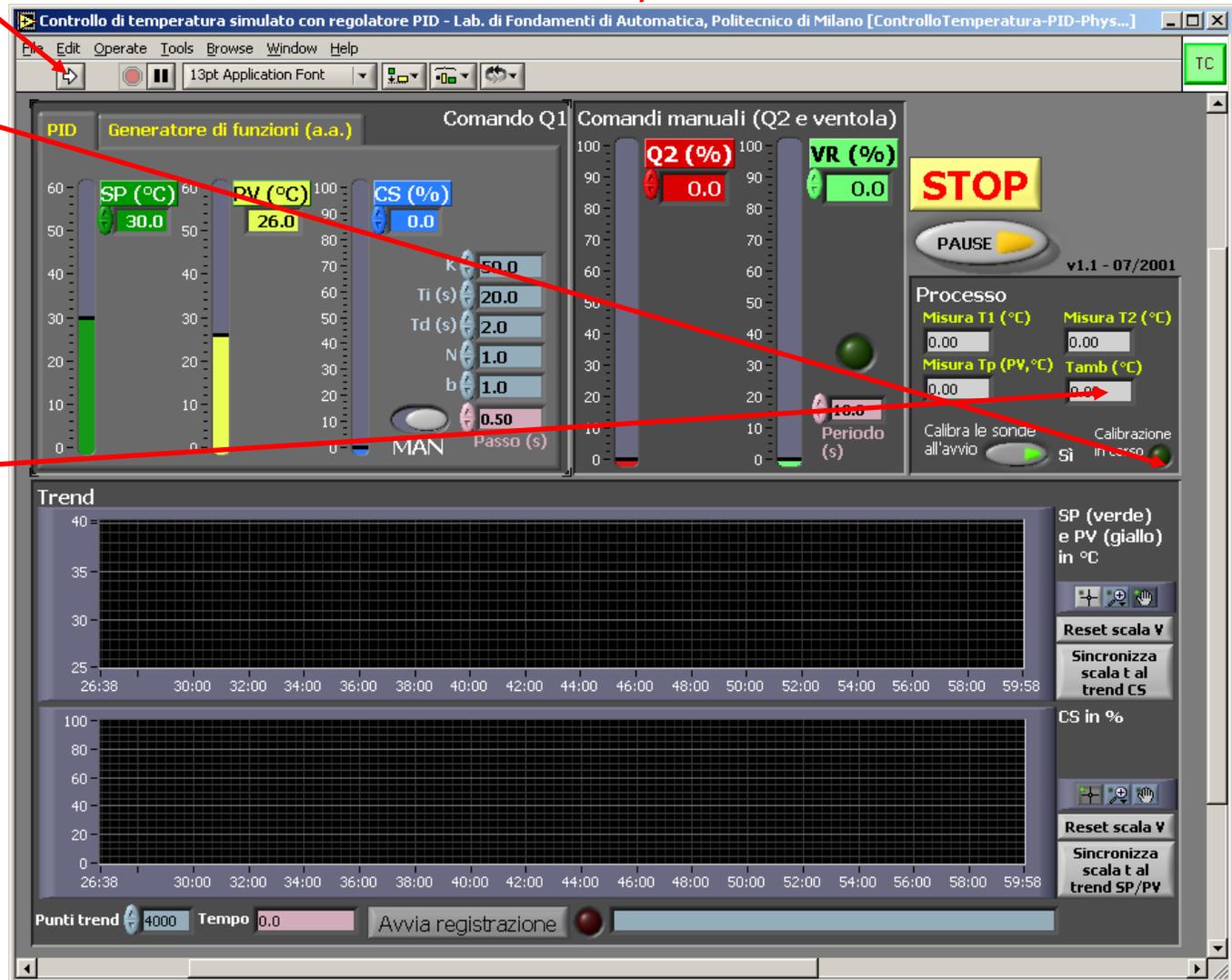
Operazioni preliminari



4) Far partire il sistema premendo il pulsante di avvio: dopo 15 secondi inizia l'operazione di calibrazione delle sonde, che dura 30 secondi ed è segnalata dal LED

"calibrazione in corso"

5) Attendere che il LED si spenga ed annotare il valore della temperatura ambiente (T_a)



Operazioni preliminari



6) Portare il comando CS a 20 scrivendo 20 qui e premendo INVIO

Controllo di temperatura simulato con regolatore PID - Lab. di Fondamenti di Automatica, Politecnico di Milano [ControlloTemperatura-PID-Phys...]

File Edit Operate Tools Browse Window Help

13pt Application Font

TC

PID Generatore di funzioni (a.a.)

Comando Q1

Comandi manuali (Q2 e ventola)

SP (°C) 30.0

PV (°C) 26.0

CS (%) 0.0

K 50.0

Ti (s) 20.0

Td (s) 2.0

N 1.0

b 1.0

MAN

Passo (s) 0.50

Q2 (%) 0.0

VR (%) 0.0

STOP

PAUSE

v1.1 - 07/2001

Processo

Misura T1 (°C) 0.00

Misura T2 (°C) 0.00

Misura Tp (PV, °C) 0.00

Tamb (°C) 0.00

Calibra le sonde all'avvio

Calibrazione in corso

Trend

SP (verde) e PV (giallo) in °C

Reset scala V

Sincronizza scala t al trend CS

CS in %

Reset scala V

Sincronizza scala t al trend SP/PV

Punti trend 4000

Tempo 0.0

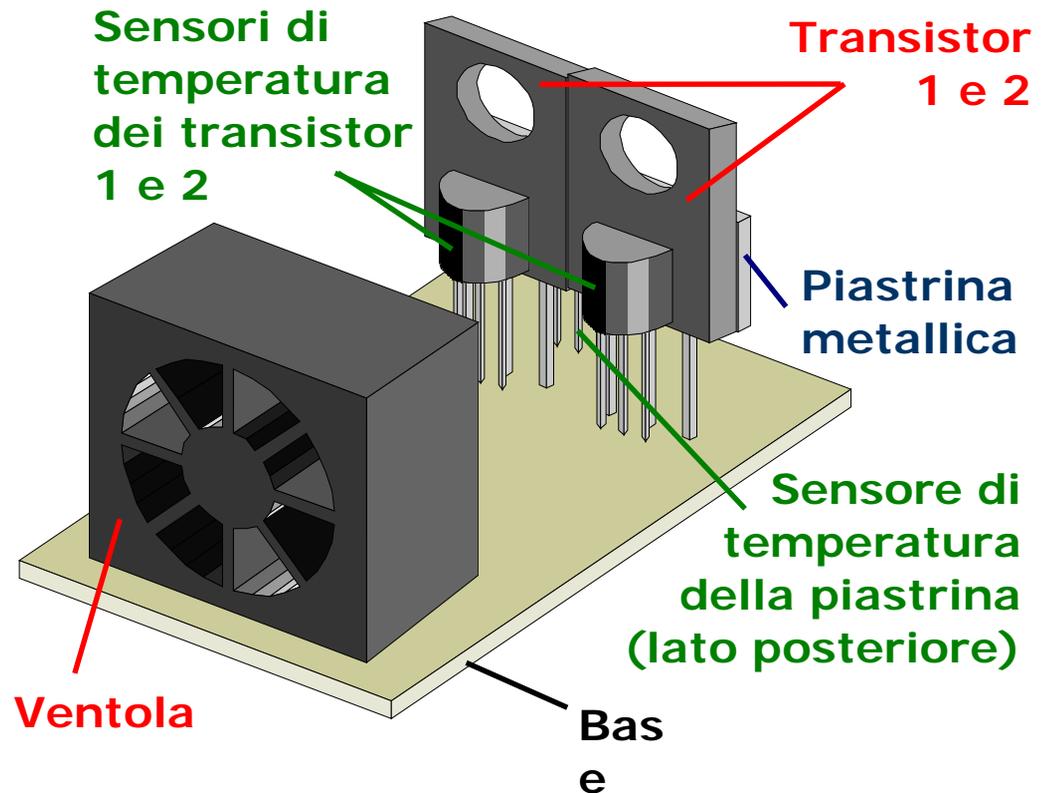
Avvia registrazione

Verificate tutti che la prova proceda correttamente

Descrizione dell'apparato sperimentale



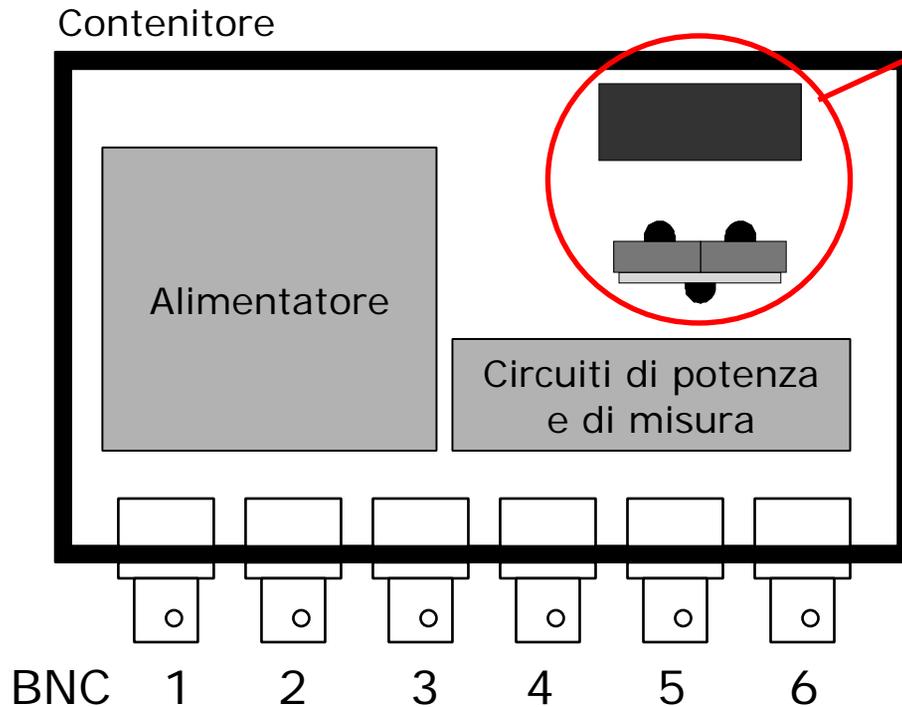
- Ogni gruppo ha davanti a sé l'apparato sperimentale (la scatola con il coperchio trasparente), il PC dove gira il software che useremo per gli esperimenti e la terminaliera BNC che raccoglie i cavi da e verso l'apparato e li connette alla scheda A/D e D/A presente nel PC.
- L'impianto è fatto da una piastrina metallica riscaldata da due transistor (c'è anche una ventola di raffreddamento ma non la usiamo). Ci sono tre sensori per le temperature dei due transistor e della piastrina.



Descrizione dell'apparato sperimentale



L'impianto è alloggiato in un contenitore, dotato di fori per il passaggio dell'aria e dei necessari connettori:



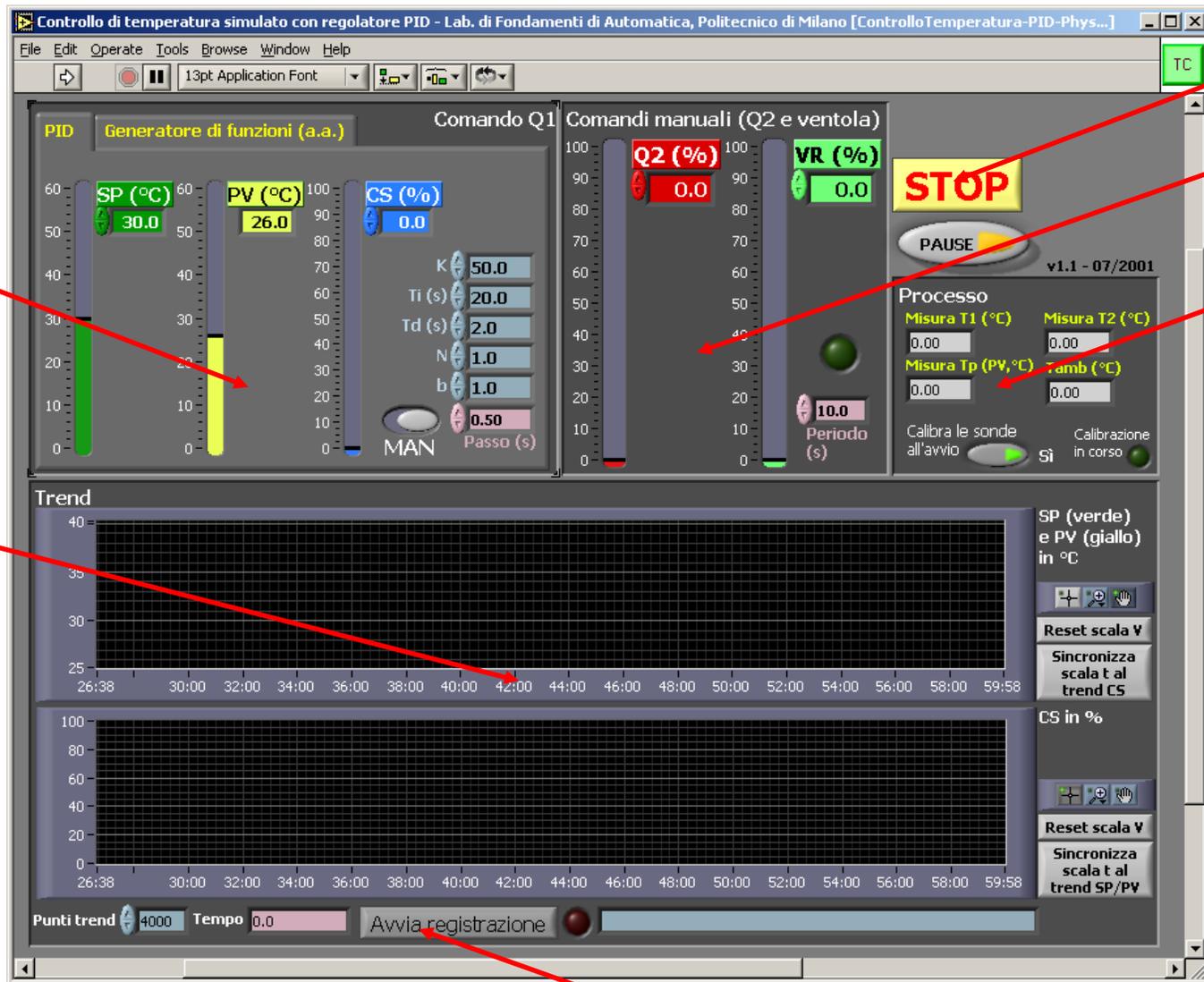
Transistor, piastrina, sensori e ventola

Legenda dei connettori BNC:

1. Comando alla ventola (0-100% di tempo di accensione su periodo fissato)
2. Comando al transistor 1 (0-5V per 0-100% della potenza)
3. Comando al transistor 2 (0-5V per 0-100% della potenza)
4. Misura temperatura transistor 1 (10 mV/°K)
5. Misura temperatura transistor 2 (10 mV/°K)
6. Misura temperatura piastrina (10 mV/°K)

- Problema di controllo:
 - controllare la temperatura della piastrina agendo sul comando al transistor 1, mentre il transistor 2 introduce un disturbo.
- Ora quindi dobbiamo
 - evidenziare e comprendere, in forma semplificata ma sufficientemente precisa, i fenomeni in gioco nell'apparato sperimentale;
 - tradurre questa comprensione in un modello dell'impianto;
 - raccogliere, tramite opportuni esperimenti, i dati necessari a "mettere i numeri" in tale modello, dimodoché lo si possa poi usare per progettare il regolatore.

L'applicazione di controllo



Pulsante di stop

Comandi manuali

Misure dal processo fisico

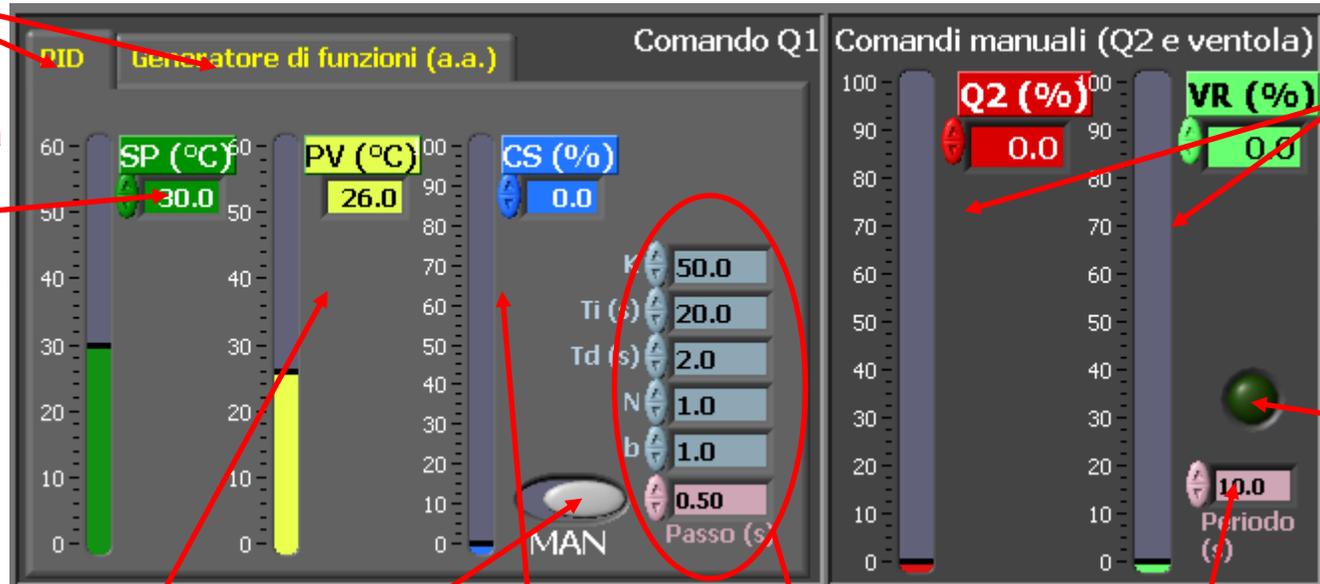
Comando al transistor 1

Finestre di trend (servono a vedere l'andamento nel tempo dei segnali, ovvero delle variabili, d'interesse)

Comando d'inizio e fine della registrazione su disco

L'applicazione di controllo

Il comando Q_1 al transistor 1 può essere dato dal regolatore (di tipo PID) in automatico, in manuale oppure con un generatore di funzioni



Usando il PID, questa casella e lo slider alla sua sinistra servono a impostare il valore desiderato (Set Point o SP) della variabile controllata (per noi la temperatura T_p della piastra)

Questo gruppo casella-slider mostra il valore attuale della variabile controllata (Process Variable o PV), che per noi è T_p

Questo bottone serve a mettere il regolatore in automatico o in manuale

Questo serve a mostrare (in automatico) o ad impostare (in manuale) il valore della variabile di controllo (Control Signal o CS), che per noi è Q_1

Questi sono i parametri del regolatore PID (ne parleremo a suo tempo)

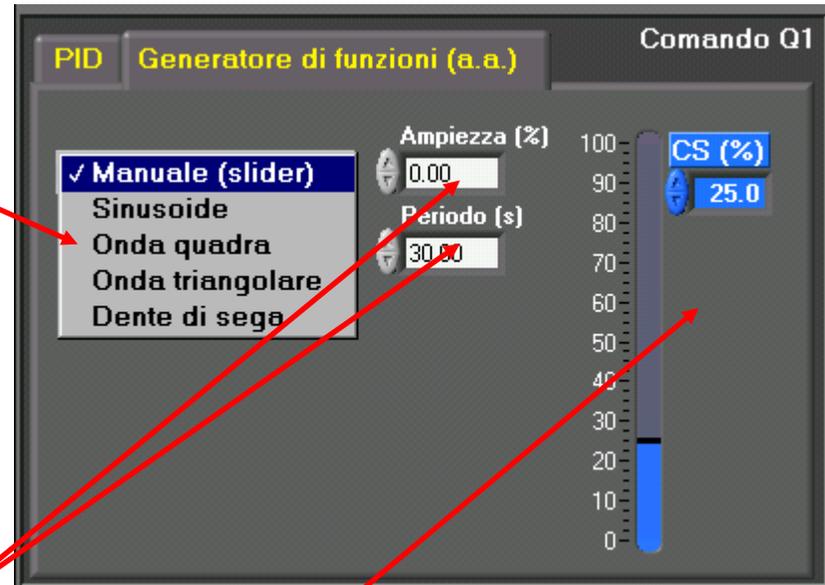
Questi sono i comandi Q_2 al transistor 2 e V_R alla ventola (sempre manuali)

Questo LED s'accende quando la ventola gira

Questo è il periodo base per il comando della ventola: se ad esempio vale 10 secondi e V_R vale 35%, la ventola girerà per 3.5s e starà ferma per 6.5s

Usando per Q_1 il generatore di funzioni, questo menu permette di scegliere la forma d'onda

Queste due caselle servono ad impostare l'ampiezza ed il periodo della forma d'onda



Questo gruppo casella-slider serve ad impostare (se dal menu si è scelto "Manuale") o a mostrare (in tutti gli altri casi) il valore attuale di CS, ovvero di Q_1

Tutti si accertino di aver compreso e se del caso facciano domande.

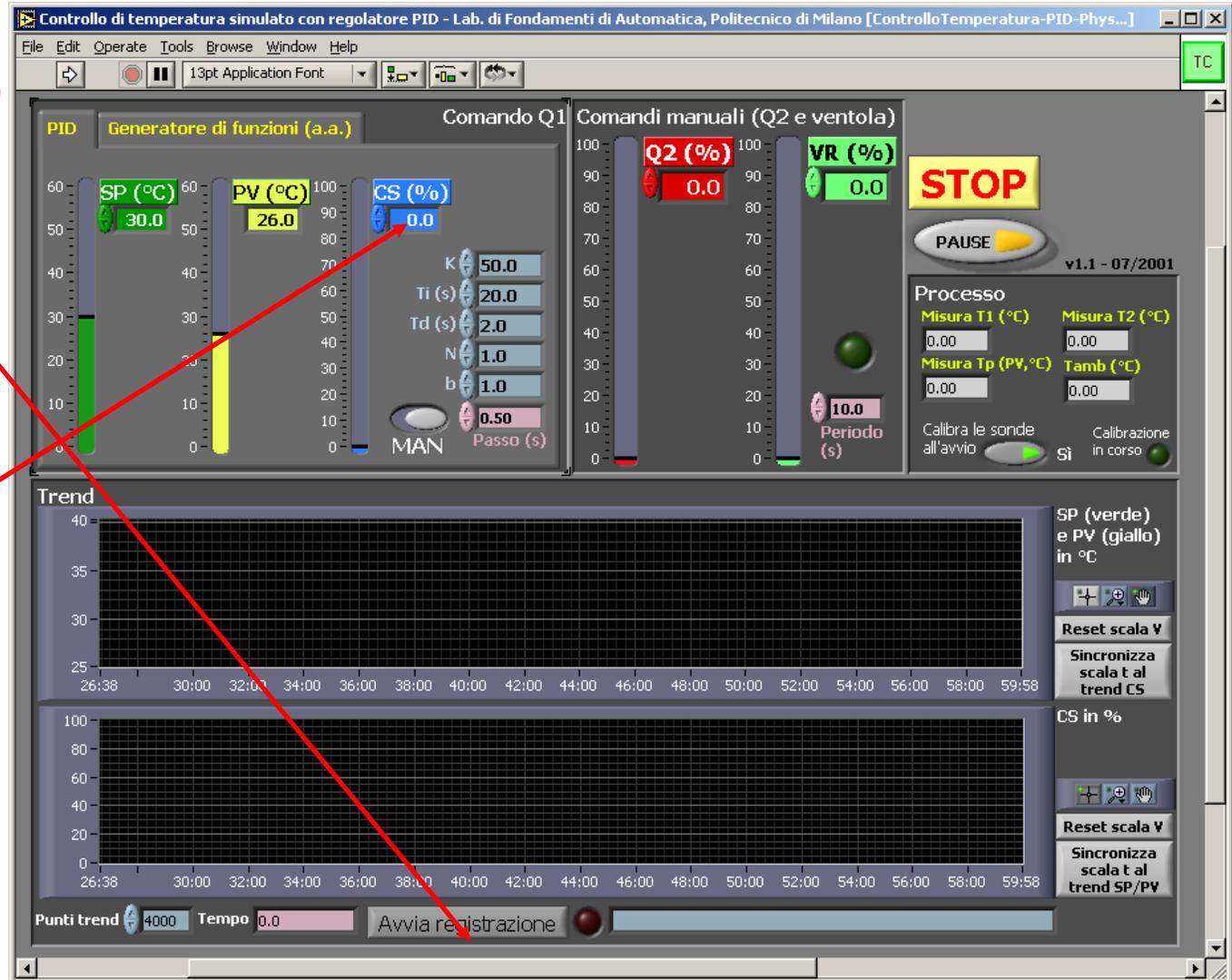
- L'impianto si è portato nella condizione di equilibrio corrispondente agli ingressi $Q_1=20$, $Q_2=0$, $V_R=0$ e T_a pari al valore di temperatura dell'aria.
- Ora registreremo la risposta di T_p (ossia PV) ad uno scalino di Q_1 (ossia CS) del 30%.
- Mentre la risposta si produrrà, scriveremo un semplice modello dell'apparato composto da tre equazioni di bilancio termico.

Registrazione di una risposta a scalino



1) Far partire la registrazione dei dati su disco tenendo premuto il pulsante fino a che il LED posto alla sua destra s'accende

2) Portare Q1 (ovvero CS) a 50 scrivendo 50 qui e premendo INVIO



Modello dell'apparato - premessa



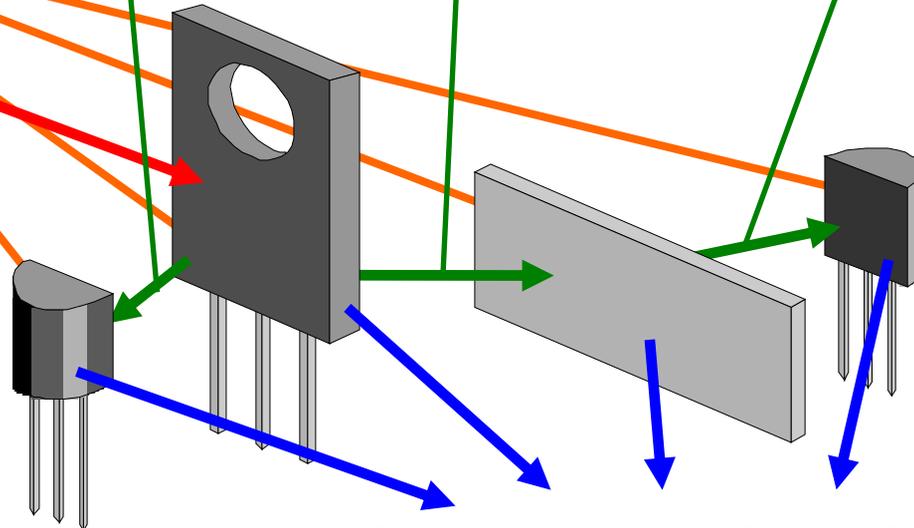
Dal nostro punto di vista i transistor possono essere considerati dei semplici riscaldatori elettrici, che generano una potenza termica la quale varia da zero ad un valore massimo proporzionalmente al comando impartito loro.

Ciò premesso, i fenomeni che governano l'impianto sperimentale sono appunto di natura termica:

Anzitutto, vi è generazione di potenza termica nei (due) transistor

Poi, tutti i corpi sono in grado di accumulare energia termica

**Inoltre, vi sono degli scambi termici interni:
transistor-sonde, transistor-piastra, piastra-sonda**



Infine, tutto scambia calore con l'aria

Dobbiamo introdurre le leggi che governano, in prima approssimazione, i fenomeni di **generazione**, **accumulo** e **scambio**:

- 1) L'energia termica accumulata in un corpo è pari ad una costante caratteristica del corpo stesso, detta **capacità termica**, moltiplicata per la temperatura del corpo:

$$E_{\text{termica}} = C_{\text{termica}} T$$

- 2) La derivata temporale dell'energia termica accumulata in un corpo k è pari alla somma (algebraica) della potenza termica generata entro quel corpo e delle potenze termiche trasferite ad esso da tutti gli altri corpi presenti nel sistema:

$$\frac{d}{dt} E_{\text{termica}}(\text{corpo } k) = P_{gk} + \sum_{i=1, i \neq k}^N P_{ik}$$

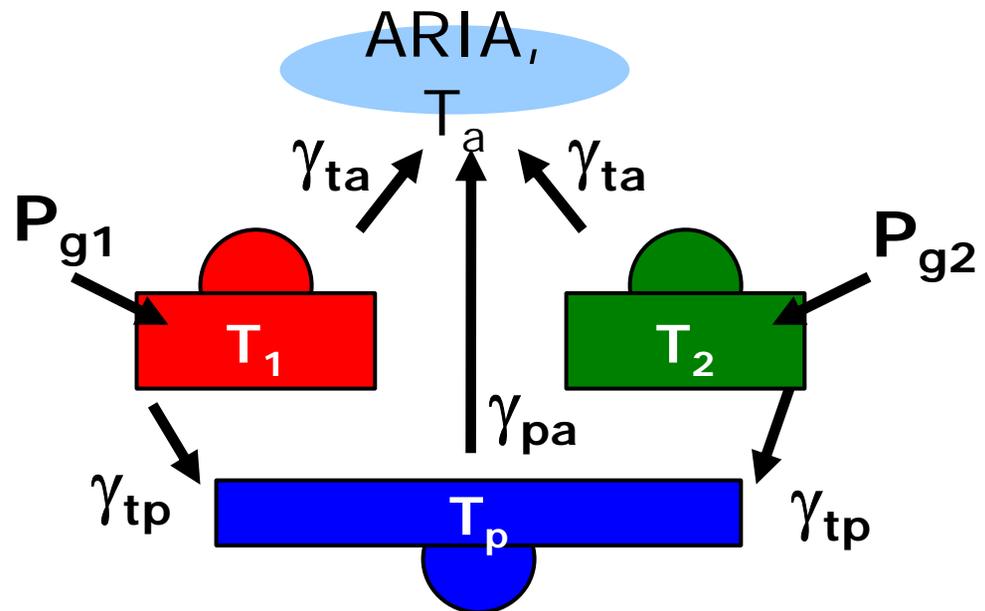
- 3) La potenza termica trasferita da un corpo i ad un corpo k è pari ad una costante propria dei due corpi e del modo in cui essi sono posti in contatto termico, detta **coefficiente di scambio termico**, moltiplicata per la differenza tra la temperatura del corpo i e quella del corpo k:

$$P_{ik} = \gamma_{ik} (T_i - T_k)$$

- 4) Il coefficiente di scambio termico tra due dati corpi solidi è sostanzialmente costante. Invece, se un dato corpo solido scambia calore con un dato aeriforme, il coefficiente di scambio termico tra i due cresce all'aumentare della velocità con cui l'aeriforme lambisce il solido.

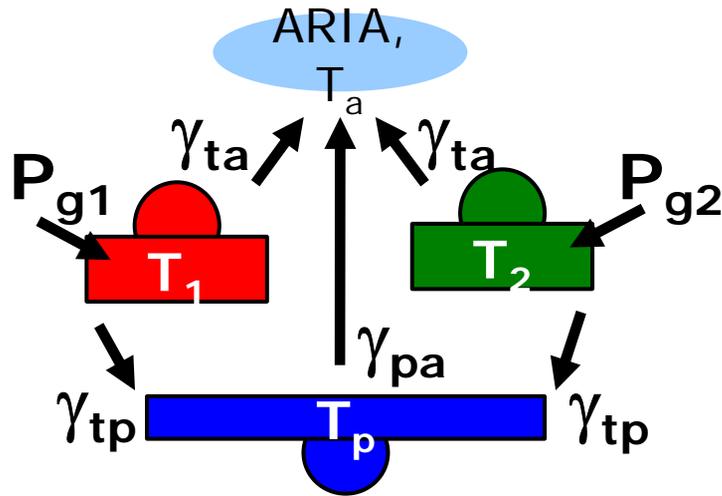
Modello dell'apparato – ipotesi semplificative

- 1) Gli insiemi transistor-sonda e piastra-sonda costituiscono dei corpi praticamente omogenei, le cui temperature assumiamo uniformi; così facendo abbiamo da considerare tre corpi, due i cui temperature sono uguali, T_1 e T_2 , chiameremo C_t , mentre con C_p indicheremo quella dell'insieme piastra-sonda.
- 2) Le potenze P_{g1} e P_{g2} generate nei due transistor variano tra zero ed un massimo P_{max} uguale per i due transistor, dipendendo soltanto (in modo **quasi** lineare) dai comandi ad essi impartiti, che chiameremo Q_1 e Q_2 e variano tra 0 e 100.
- 3) I coefficienti di scambio γ_{tp} fra transistor e piastra sono costanti e uguali tra loro, mentre quelli fra transistor e aria (γ_{ta}) sono uguali tra loro ma non costanti; infatti, come quello (γ_{pa}) tra piastra ed aria, essi variano tra un minimo ed un massimo - in modo che supporremo lineare - quando il comando V_R alla ventola varia tra 0 e 100.
- 4) La temperatura T_a dell'aria è costante.



Ognuno si accerti di aver capito le ipotesi e se del caso faccia domande.

Modello dell'apparato – prima equazione



Bilancio transistor 1

$$\frac{d}{dt} T_1 = \frac{1}{C_t} [P_{g1} - \gamma_{ta}(T_1 - T_a) - \gamma_{tp}(T_1 - T_p)]$$

Potenza generata nel transistor 1

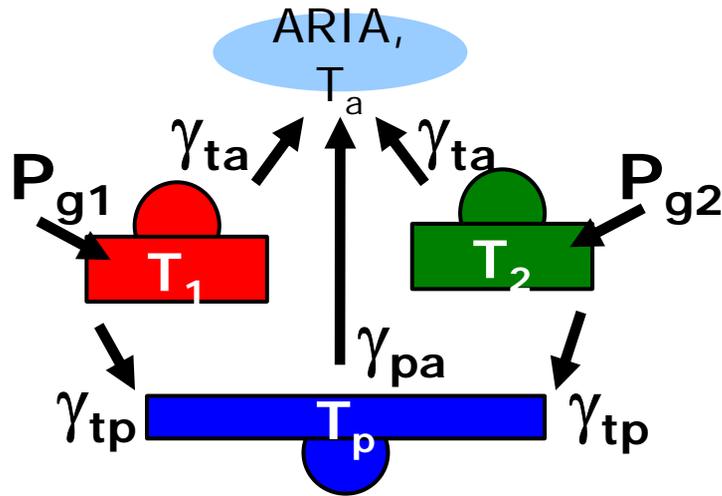
Potenza trasferita dal transistor 1 all'aria

Potenza trasferita dal transistor 1 alla piastra

Provate adesso a scrivere l'equazione di bilancio termico (dinamico) per il transistor 2.

Tra 1 minuto la scriveremo insieme.

Modello dell'apparato – seconda equazione



Potenza generata nel transistor 1

Potenza trasferita dal transistor 1 all'aria

Potenza trasferita dal transistor 1 alla piastra

Bilancio transistor 1

$$\frac{d}{dt} T_1 = \frac{1}{C_t} [P_{g1} - \gamma_{ta}(T_1 - T_a) - \gamma_{tp}(T_1 - T_p)]$$

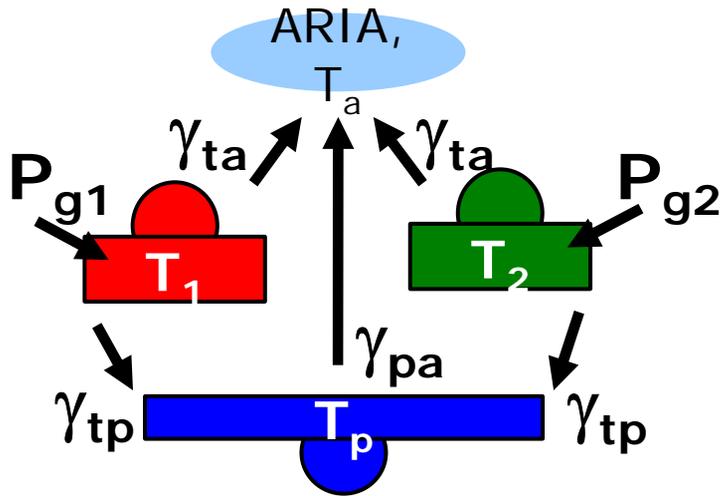
Bilancio transistor 2

$$\frac{d}{dt} T_2 = \frac{1}{C_t} [P_{g2} - \gamma_{ta}(T_2 - T_a) - \gamma_{tp}(T_2 - T_p)]$$

Provate adesso a scrivere l'equazione di bilancio termico dinamico per la piastra (attenzione, qui non si genera potenza e c'è lo scambio con l'aria).

Tra 2 minuti la scriveremo insieme.

Modello dell'apparato – terza equazione



Potenza generata nel transistor 1

Potenza trasferita dal transistor 1 all'aria

Potenza trasferita dal transistor 1 alla piastra

Bilancio transistor 1

$$\frac{d}{dt} T_1 = \frac{1}{C_t} [P_{g1} - \gamma_{ta}(T_1 - T_a) - \gamma_{tp}(T_1 - T_p)]$$

Bilancio transistor 2

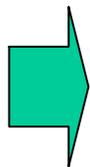
$$\frac{d}{dt} T_2 = \frac{1}{C_t} [P_{g2} - \gamma_{ta}(T_2 - T_a) - \gamma_{tp}(T_2 - T_p)]$$

Bilancio piastra

$$\frac{d}{dt} T_p = \frac{1}{C_p} [\gamma_{tp}(T_1 - T_p) + \gamma_{tp}(T_2 - T_p) - \gamma_{pa}(T_p - T_a)]$$

Potenza trasferita dalla piastra all'aria

Completiamo il modello



Dipendenza delle γ da V_R

$$\gamma_{ta} = \gamma_{tamin} + V_R (\gamma_{tamax} - \gamma_{tamin}) / 100$$

$$\gamma_{pa} = \gamma_{pamin} + V_R (\gamma_{pamax} - \gamma_{pamin}) / 100$$

Dipendenza delle P_g da Q_1 e Q_2

$$P_{g1} = P_{max} Q_1 / 100$$

$$P_{g2} = P_{max} Q_2 / 100$$

Modello dell'apparato per il nostro problema



Abbiamo scritto il modello "completo" dell'impianto. A noi però interessa qui il caso in cui V_R e Q_2 sono nulli e si considera la sola uscita T_p . Adottiamo allora le semplificazioni del caso.

Anzitutto, se V_R è costante (per noi in particolare è nulla) anche γ_{ta} e γ_{pa} sono costanti, il modello è lineare e ne possiamo scrivere l'equazione di stato come

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\gamma_{ta} + \gamma_{tp}}{C_t} & 0 & \frac{\gamma_{tp}}{C_t} \\ 0 & -\frac{\gamma_{ta} + \gamma_{tp}}{C_t} & \frac{\gamma_{tp}}{C_t} \\ \frac{\gamma_{tp}}{C_p} & \frac{\gamma_{tp}}{C_p} & -\frac{2\gamma_{tb} + \gamma_{pa}}{C_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{P_{max}}{100C_t} & 0 & \frac{\gamma_{ta}}{C_t} \\ 0 & \frac{P_{max}}{100C_t} & \frac{\gamma_{ta}}{C_t} \\ 0 & 0 & \frac{\gamma_{pa}}{C_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ T_a \end{bmatrix}$$

ovvero nella forma $\frac{d}{dt} x(t) = Ax(t) + Bu(t)$

Modello dell'apparato per il nostro problema



Poi, il modello ha tre ingressi. Se di esso c'importano però il solo ingresso Q_1 e la sola uscita T_p , possiamo scriverlo (aggiungendogli l'opportuna equazione d'uscita) come

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_p \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_p \end{bmatrix} + \mathbf{b} Q_1 \\ T_p = \mathbf{c} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_p \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

The matrix \mathbf{A} is:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{\gamma_{ta} + \gamma_{tp}}{C_t} & 0 & \frac{\gamma_{tp}}{C_t} \\ 0 & -\frac{\gamma_{ta} + \gamma_{tp}}{C_t} & \frac{\gamma_{tp}}{C_t} \\ \frac{\gamma_{tp}}{C_p} & \frac{\gamma_{tp}}{C_p} & -\frac{2\gamma_{tp} + \gamma_{pa}}{C_p} \end{bmatrix}$$

The vector \mathbf{b} is:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \frac{P_{max}}{100C_t} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

The vector \mathbf{c} is:

$$\mathbf{c} = [0 \quad 0 \quad 1]$$

Modello dell'apparato per il nostro problema



Calcoliamo quindi la funzione di trasferimento da Q_1 a T_p . Otteniamo

$$P(s) = \frac{T_p(s)}{Q_1(s)} = c(sI - A)^{-1} b = \dots$$

$$\dots = \frac{\gamma_{tp} P_{\max} / 100}{C_t C_p s^2 + (2C_t \gamma_{tp} + C_p \gamma_{ta} + C_t \gamma_{pa} + C_p \gamma_{tp})s + \gamma_{tp} \gamma_{pa} + 2\gamma_{ta} \gamma_{tp} + \gamma_{ta} \gamma_{pa}}$$

Questa funzione di trasferimento è del second'ordine, mentre noi sappiamo che l'ordine del modello è 3.

Allora nel modello c'è stata una cancellazione, certamente perché abbiamo assunto esservi delle "simmetrie" (capacità termiche uguali, coefficienti di scambio uguali e così via).

Non è infrequente che questo accada, anche perché assumere simmetrie è molto naturale se non si vogliono scrivere modelli esageratamente complessi. Delle cancellazioni nei modelli bisogna anzitutto sapersi accorgere (basta peraltro badare agli ordini), e poi occorre sapere come tenerne conto.

Accortici della cancellazione nel modello, allora, che conclusioni ne dobbiamo trarre?

Anzitutto, dovremmo vedere se la cancellazione è critica o no.

Non lo facciamo per ragioni di tempo, e anche perché possiamo affermare già col solo buon senso che non lo è: nei processi termici dinamiche instabili non ce ne sono praticamente mai.

Poi, dovremmo accertarci che veramente la cancellazione sia dovuta alle simmetrie che abbiamo assunto e non sia invece un fatto intrinseco alla fisica; dovremmo cioè accertarci che l'abbiamo introdotta nel modello e che non c'era "di per sé" nella realtà.

Per far questo basta rifare i conti ammettendo che le capacità termiche ed i coefficienti di scambio siano tutti diversi. Qui non facciamo neppure questo per brevità, ma facendolo succede esattamente ciò che ci si aspetta: s'ottiene una funzione di trasferimento con tre poli e (ovviamente) uno zero.

Naturalmente, però, se davvero le simmetrie assunte ci fossero (per quanto ciò sia improbabile) allora la cancellazione nel modello rifletterebbe correttamente la realtà. In altre parole, per vedere se la funzione di trasferimento da usare è del second'ordine senza zeri o del terzo con uno zero dovremo guardare i dati.

Ricapitolando

In base alla fisica (perché siamo partiti da un modello in variabili di stato basato su equazioni di bilancio) abbiamo concluso che la funzione di trasferimento (stabile) da Q_1 a T_p può avere due strutture:

$$P_2(s) = \frac{\mu}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$$

se vi è simmetria di capacità termiche e coefficienti di scambio

$$P_3(s) = \frac{\mu(1 + sT_z)}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)(1 + sT_3)}$$

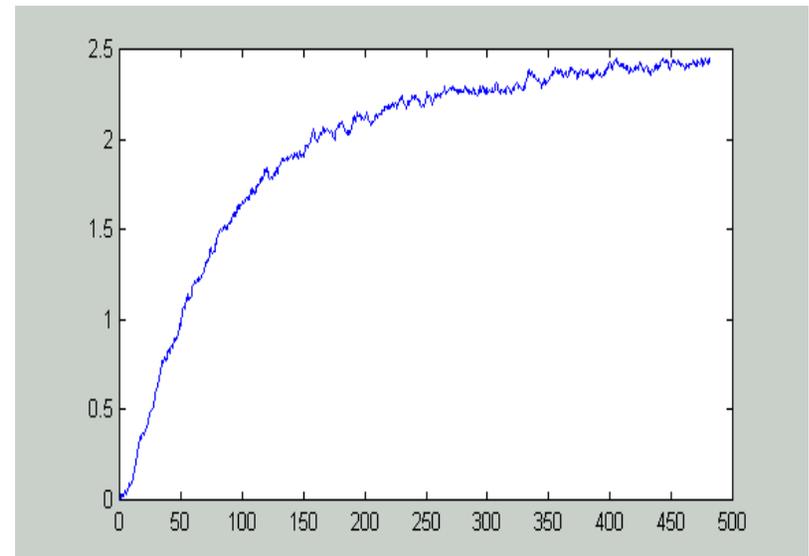
se tale simmetria non c'è

Sappiamo anche che il guadagno è positivo e che lo sono anche tutte le costanti di tempo (se no la cancellazione sarebbe critica).

Per proseguire, esaminiamo i dati.

- Fermiamo la registrazione.
Sul desktop compare il file REC_dDDmMMMyYYYY_hhhmmmmssccc.txt, dove DD, MM, YYYY, hh, mm, ss e cc sono anno, mese, giorno, ora, minuto, secondo e centesimo di secondo dell'inizio della registrazione.
- Rinominiamo il file in sca.txt, lanciamo MATLAB e rendiamo il desktop la cartella corrente.
- Carichiamo i dati e basiamo il tempo all'istante dello scalino e la risposta a zero (ovvero consideriamo le *variazioni* delle variabili in gioco)

```
>>load sca.txt;  
>>t=sca(:,1);  
>>Tp=sca(:,3);  
>>Q1=sca(:,4);  
>>dex=find(diff(Q1));  
>>t=t(dex:end)-t(dex);  
>>Tp=Tp(dex:end)-Tp(dex);  
>>Q1=Q1(dex:end)-Q1(dex);  
>>plot(t,Tp);
```





- Ora proveremo a determinare dei modelli utili al nostro problema di controllo usando la risposta a scalino che abbiamo registrato.
- Cercheremo di riprodurre tale risposta con delle funzioni di trasferimento, che saranno – ai fini della sintesi del controllo - possibili “funzioni di trasferimento da Q_1 a T_p ”.
- Nel frattempo, però, sottoporremo l'apparato a un ingresso Q_1 sinusoidale con diverse frequenze.
- Questo ci permetterà di misurare tre punti della risposta in frequenza della funzione di trasferimento da Q_1 a T_p , il che ci aiuterà a determinarla con più precisione.

Prima risposta a ingresso sinusoidale

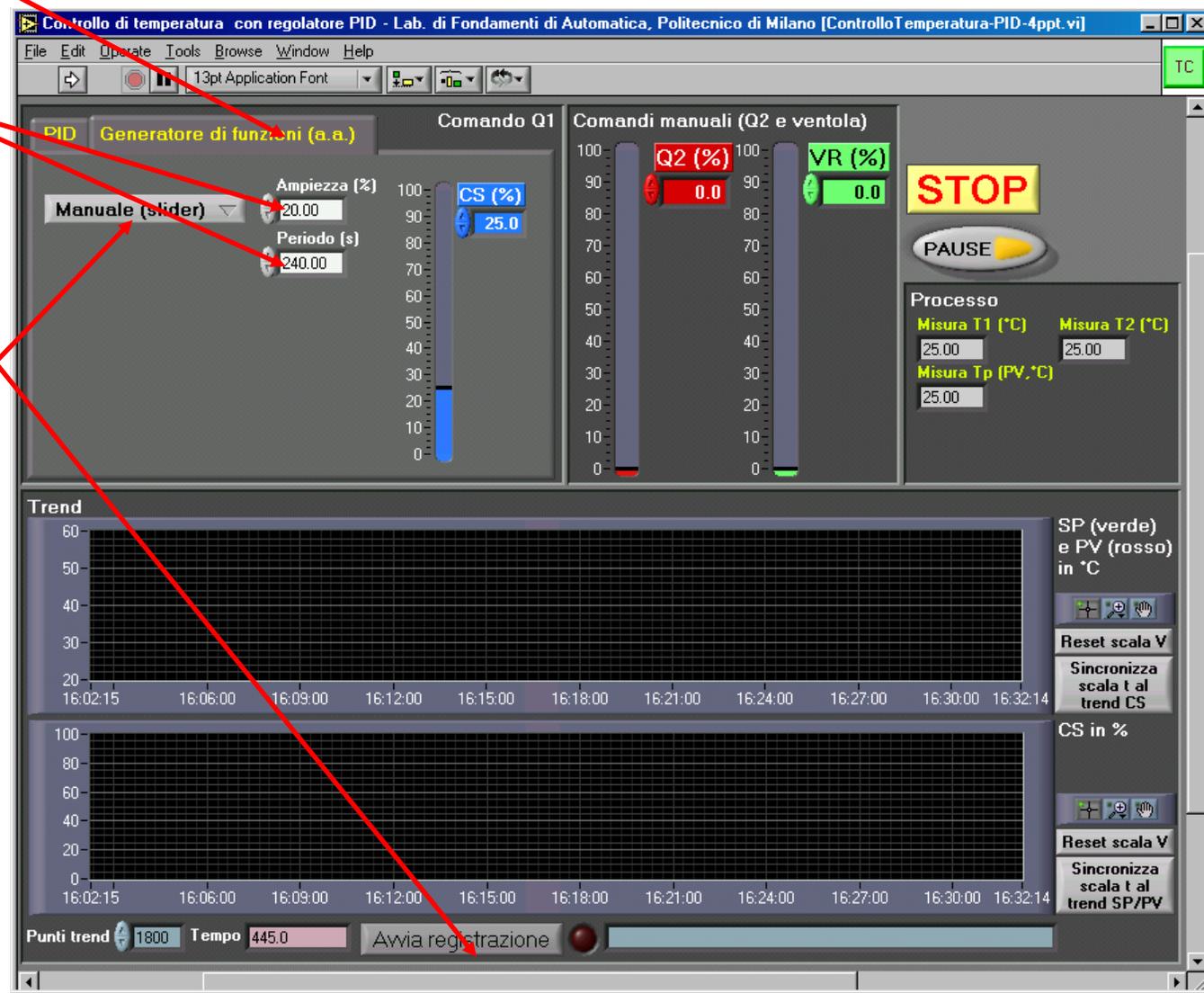


1) Commutare il comando Q_1 su "Generatore di funzioni"

2) Predisporre l'ampiezza a 20 ed il periodo a 240

3) Avviare la registrazione

4) Dal menu selezionare "Sinusoide"

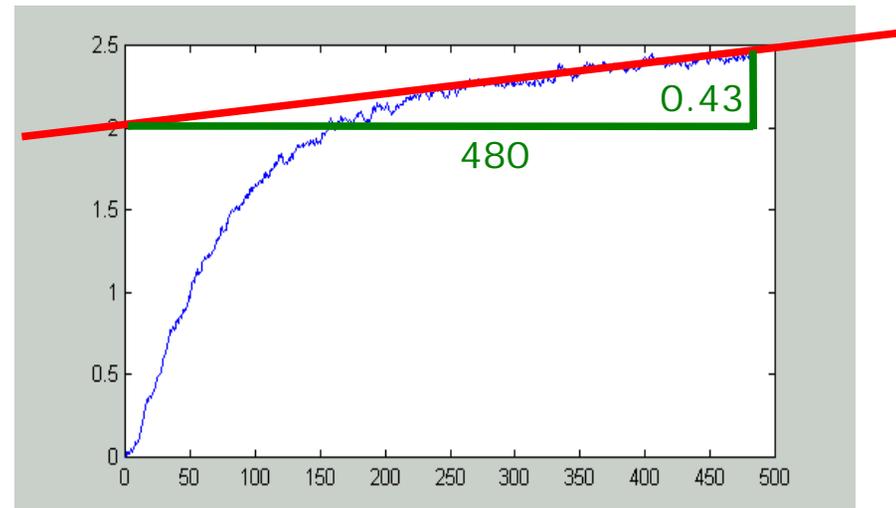
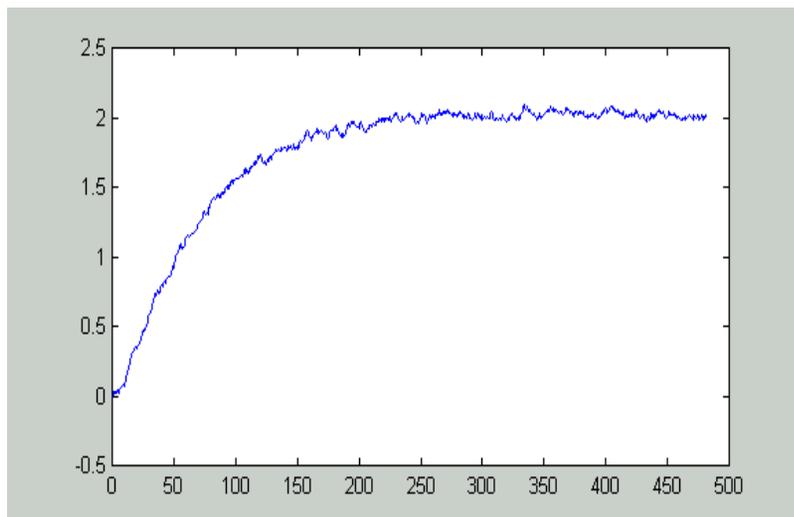


In questo modo si applica al comando Q_1 una sinusoide di ampiezza 20% e periodo 240s e si registra quel che succede

Modelli ottenuti dalla risposta a scalino

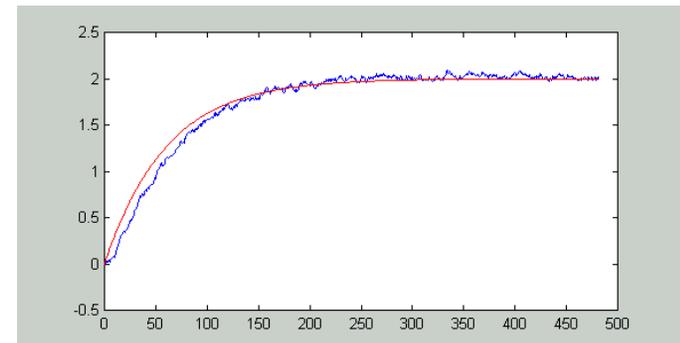
- Osserviamo che T_p pare continuare a salire, il che è dovuto al lento riscaldamento dell'aria nella scatola.
- Questo fenomeno non è d'interesse per il controllo e il modello non lo rappresenta, quindi va rimosso dai dati.
- Facciamolo:

```
>>Tp=Tp-t*0.43/480;  
>>plot(t,Tp)
```



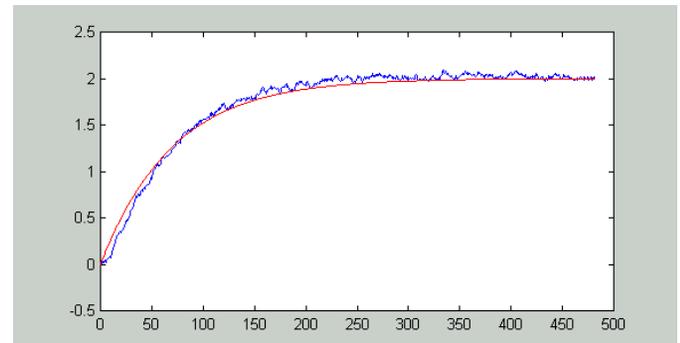
- Tentiamo di riprodurre i dati con un modello del prim'ordine con guadagno pari alla variazione a regime di T_p divisa per l'ampiezza dello scalino di Q_1 e costante di tempo pari a $1/5$ del tempo di assestamento. Primo tentativo:

```
>>mu=2/30;  
>>T=300/5;  
>>M1=tf(mu,[T 1]);  
>>plot(t,Tp,'b',t,30*step(M1,t),'r');
```



- Dopo un po' di prove:

```
>>M1=tf(2/30,[70 1]);  
>>plot(t,Tp,'b',t,30*step(M1,t),'r');
```



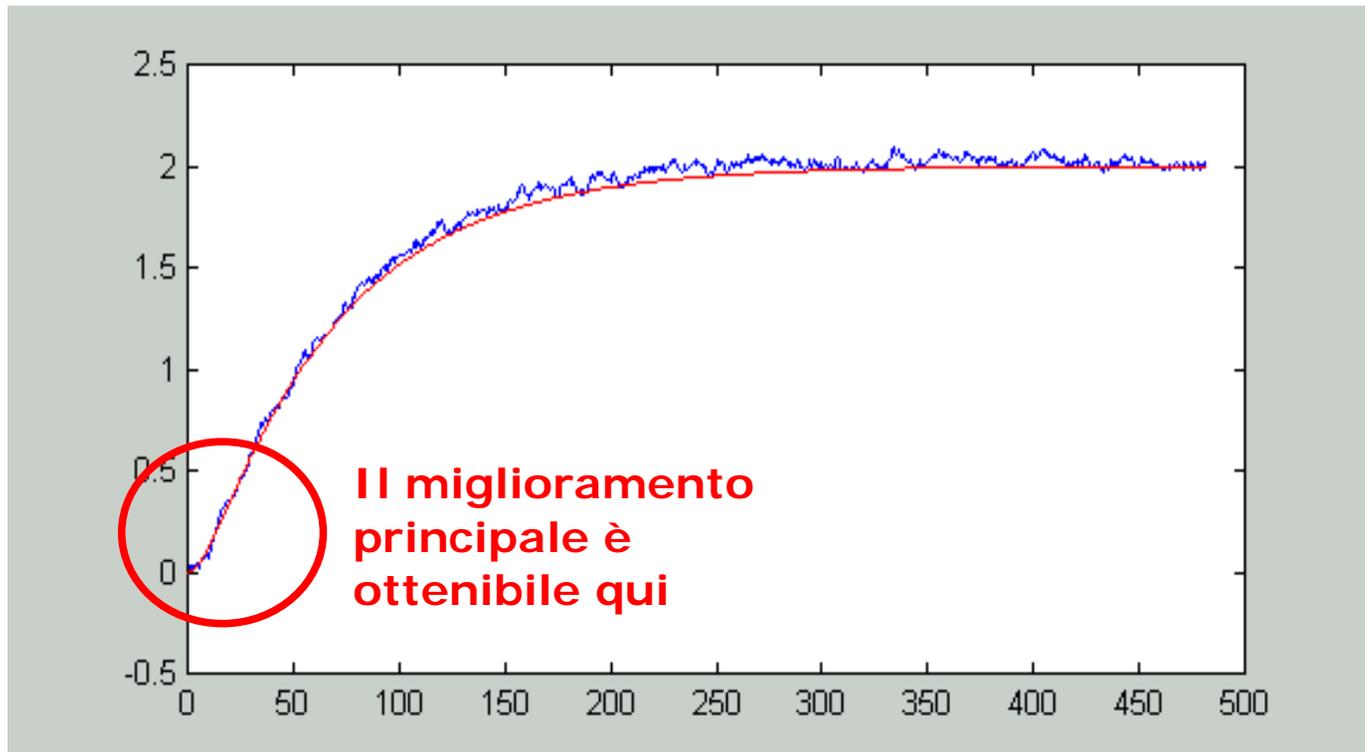
Ognuno faccia 5 minuti di prove sui suoi dati



- Si vede che l'ordine del modello è troppo basso (i primi istanti della risposta non sono riprodotti bene).
- Ora proveremo a usare un modello del second'ordine.
- Tentiamo allora di riprodurre la risposta a scalino con un modello del second'ordine senza zeri:
 - il guadagno lo sappiamo già;
 - poniamo la costante di tempo più grande al valore trovato per quella del modello del prim'ordine e la più piccola ad un valore decisamente minore (diciamo $1/10$);
 - modifichiamole un po' di volte tentando di riprodurre sia il tempo di assestamento che la "partenza" della risposta.

- Un possibile risultato è

```
>>M2=tf(2/30,conv([65 1],[8 1]));  
>>plot(t,Tp,'b',t,30*step(M2,t),'r');
```



Ognuno faccia 5 minuti di prove sui suoi dati

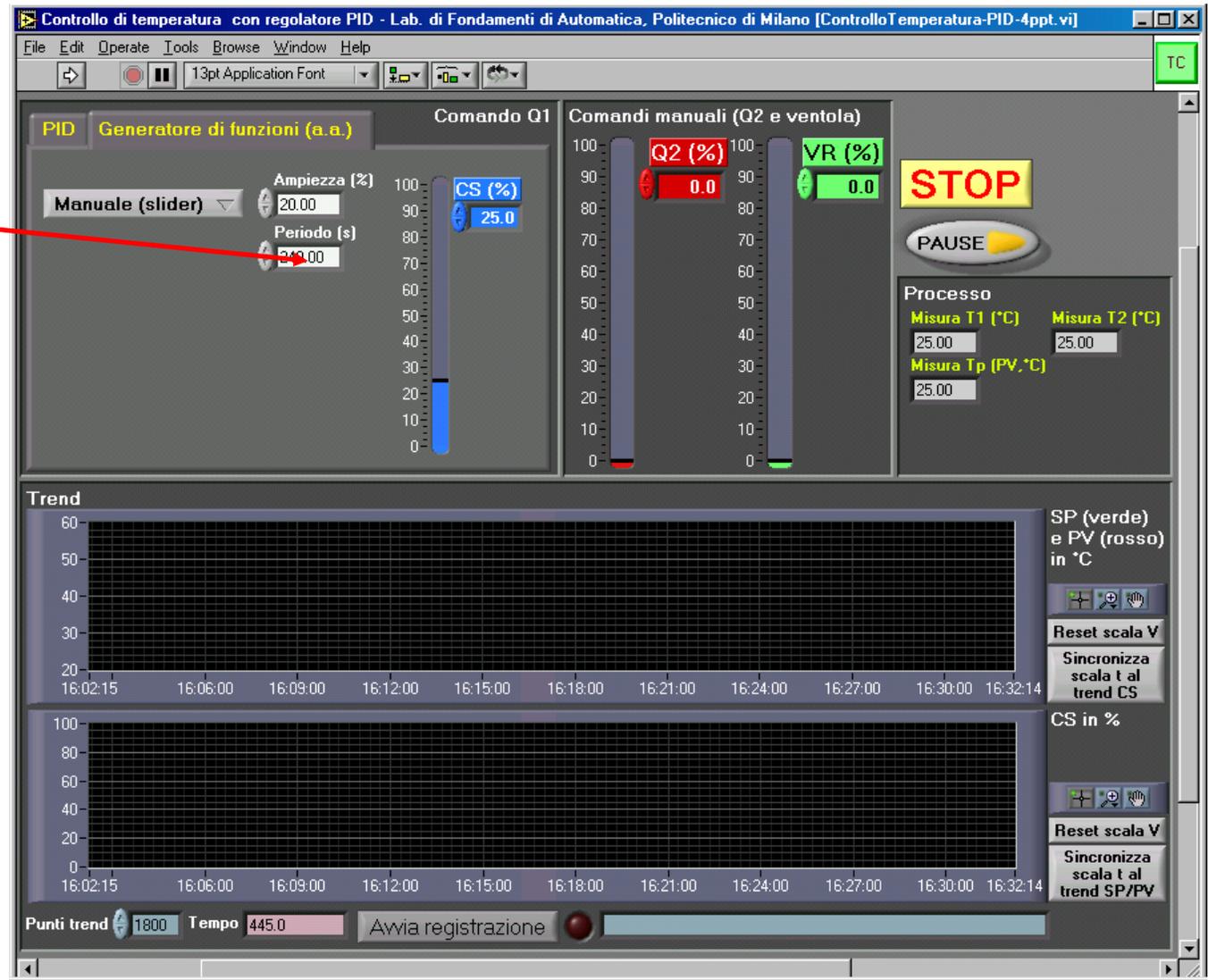
Seconda risposta a ingresso sinusoidale



Assicurarsi che il movimento sinusoidale si sia pienamente sviluppato, come dovrebbe.

Porre il periodo della sinusoide a 120 secondi, lasciandone invariata l'ampiezza

(eseguire la commutazione quando la sinusoide passa per il suo valor medio salendo, in modo da abbreviare il transitorio verso il nuovo movimento sinusoidale)

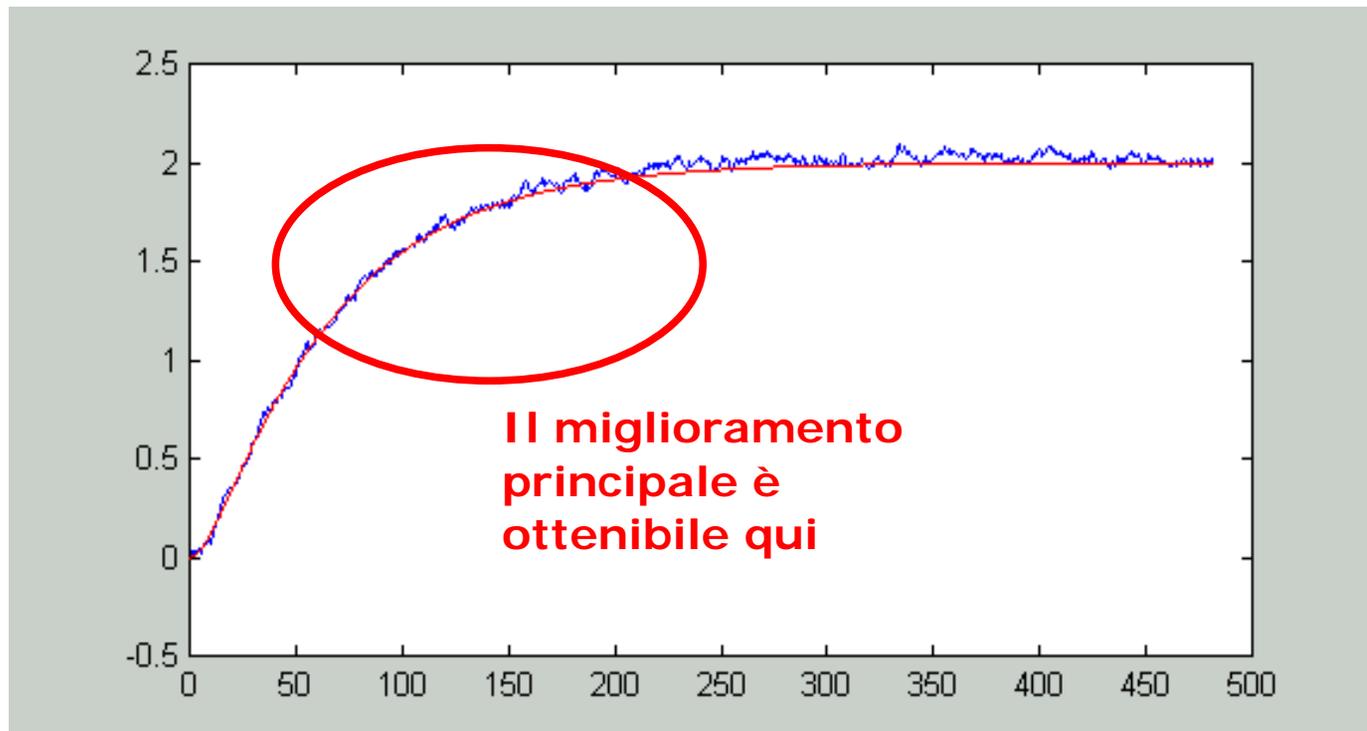




- Il modello va abbastanza bene.
- Tuttavia proviamo a usare un modello del terz'ordine con uno zero, struttura "suggerita dalla fisica" se l'apparato non è simmetrico:
 - il guadagno lo sappiamo;
 - Introduciamo un terzo polo con una "piccola" costante di tempo e poniamo quella dello zero ad un valore intermedio tra quelle dei poli;
 - Modifichiamo le costanti di tempo un po' di volte tentando di riprodurre il tempo di assestamento e la "partenza" della risposta; tentiamo anche di seguire bene il tratto intermedio del transitorio.

- Un possibile risultato è

```
>>M3=tf(2/30*[12 1],conv(conv([60 1],[15 1]),[7 1]));  
>>plot(t,Tp,'b',t,30*step(M3,t),'r');
```



Ognuno faccia 5 minuti di prove sui suoi dati

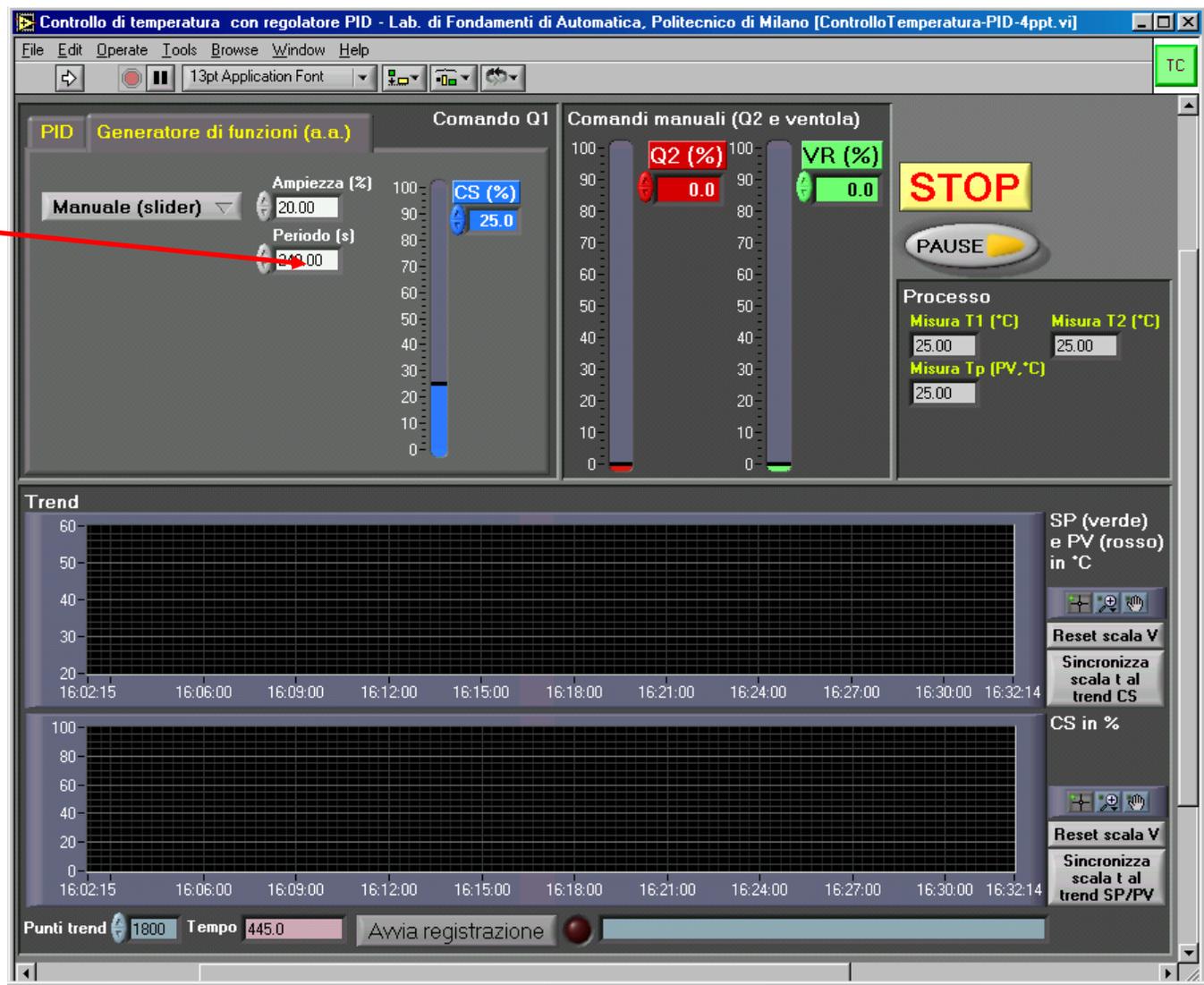
Terza risposta a ingresso sinusoidale



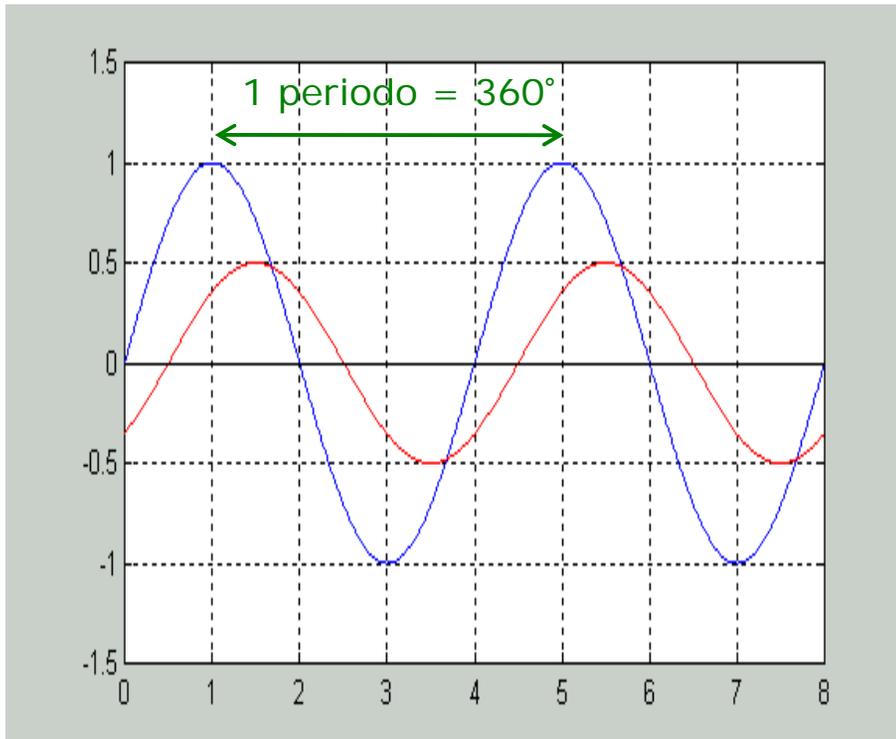
Assicurarsi che il movimento sinusoidale si sia pienamente sviluppato, come dovrebbe.

Porre il periodo della sinusoide a 60 secondi, lasciandone invariata l'ampiezza

(eseguire la commutazione quando la sinusoide passa per il suo valor medio salendo, in modo da abbreviare il transitorio verso il nuovo movimento sinusoidale)



- Modulo e fase della risposta in frequenza di un sistema dinamico a una data frequenza sono misurabili come rapporto tra le ampiezze e come sfasamento tra l'uscita forzata da un ingresso sinusoidale a quella frequenza e l'ingresso stesso. Esempio (ingresso in blu, uscita in rosso):

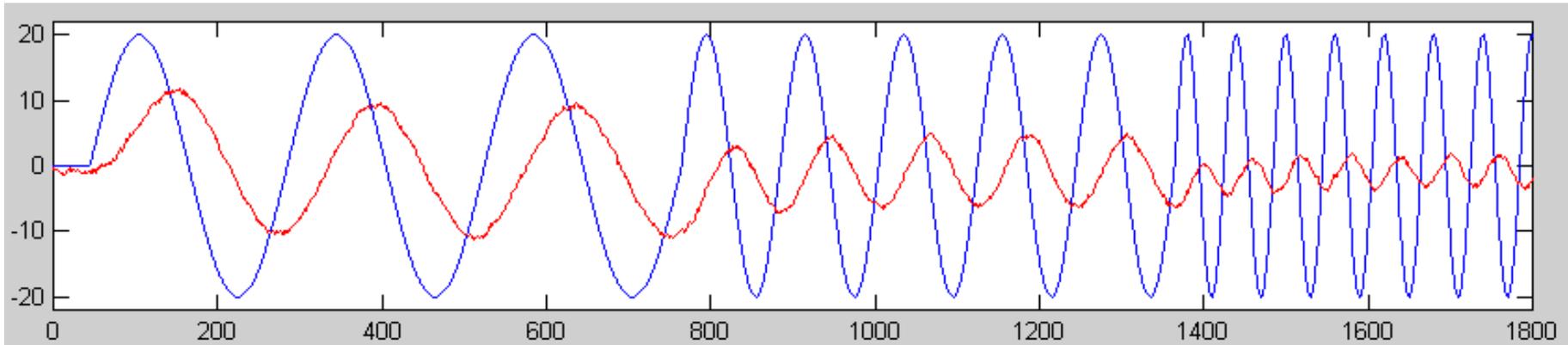


- Periodo: 4s
- Frequenza:
 $\omega = 2\pi/4 = 1.571 \text{ r/s}$
- Ampiezza ingresso e uscita:
1 e 0.5 rispettivamente
- Sfasamento: 0.5s in ritardo,
ovvero $-0.5/4 * 360^\circ = -45^\circ$
- Modulo della risposta in frequenza a
1.571 r/s:
 $|G(1.571j)| = 0.5/1 = 0.5$
- fase della risposta in frequenza a
1.571 r/s:
 $\arg(G(1.571j)) = -45^\circ$

- Fermiamo la registrazione.
Sul desktop compare il file REC_dDDmMMMyYYYY_hhhmmmssccc.txt.
- Rinominiamo il file in sen.txt, carichiamo i dati in Matlab, basiamo il tempo a zero e depuriamo i segnali dalla loro media, amplificando di 10 volte l'uscita se non si vede quasi nulla:

```
>>load sen.txt;  
>>t=sen(:,1);  
>>Tp=sen(:,3);  
>>Q1=sen(:,4);  
>>t=t-t(1);  
>>Tp=Tp-mean(Tp);  
>>Q1=Q1-50;  
>>plot(t,Q1,'b',t,10*Tp,'r');
```

- Ora, aiutandoci con lo zoom della figura, misuriamo i tre punti della risposta in frequenza.

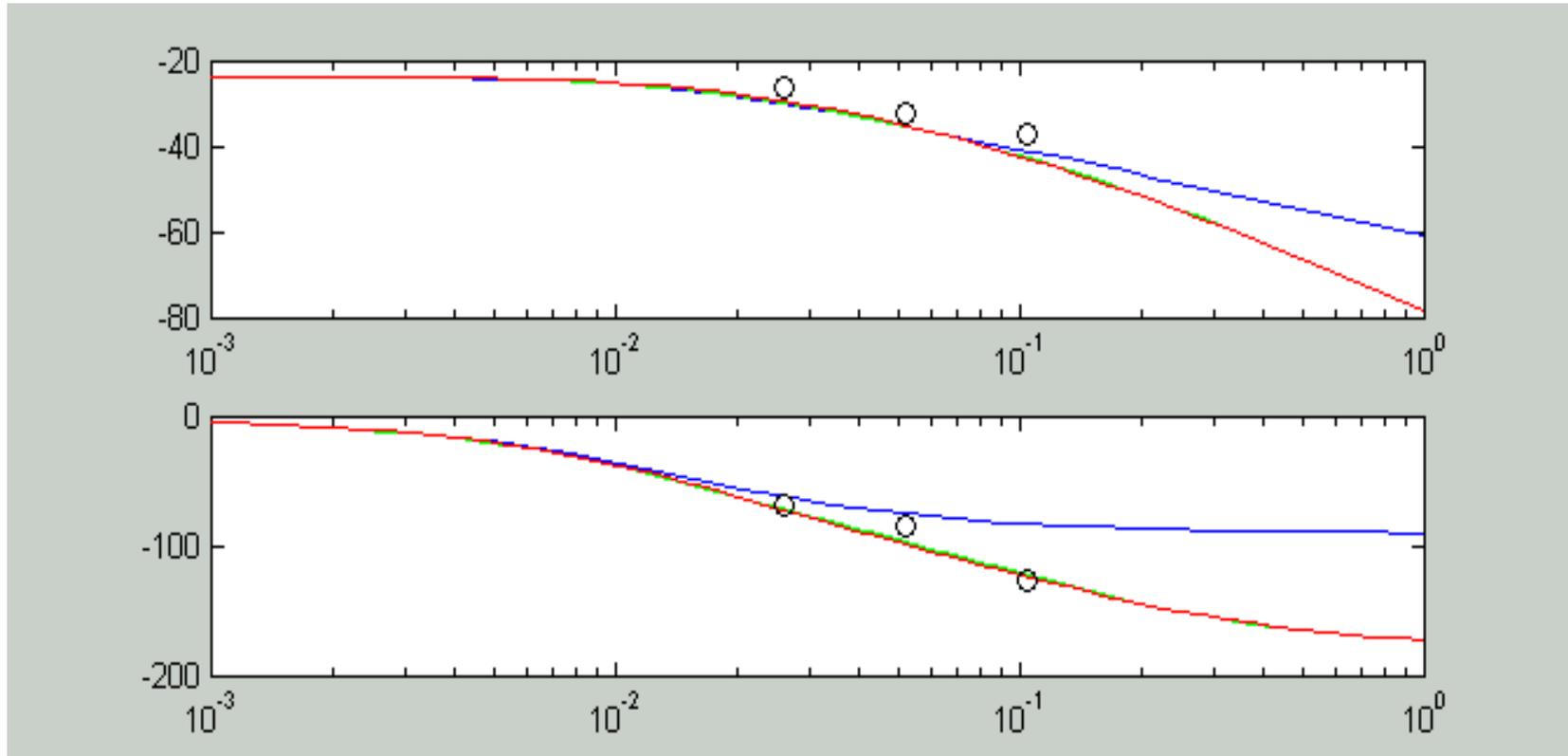


- Frequenza $2\pi/240 = 0.0262$ r/s
 - Modulo: $10.3/20/10 = 0.0515$ °C/%
 - Fase: $-45/240 * 360^\circ = -67.5^\circ$
- Frequenza $2\pi/120 = 0.0524$ r/s
 - Modulo: $5.1/20/10 = 0.0255$ °C/%
 - Fase: $-28/120 * 360^\circ = -84^\circ$
- Frequenza $2\pi/60 = 0.1047$ r/s
 - Modulo: $2.75/20/10 = 0.0138$ °C/%
 - Fase: $-21/60 * 360^\circ = -126^\circ$

Ognuno faccia le misure sui suoi dati (5 min)

- Ora vediamo se i tre modelli replicano o meno i punti della risposta in frequenza misurati, sovrapponendo i punti ai diagrammi di Bode dei tre modelli:

```
>>w=logspace(-3,0);
>>[mM1,pM1]=bode(M1,w);
>>[mM2,pM2]=bode(M2,w);
>>[mM3,pM3]=bode(M3,w);
>>mM1dB=20*log10(mM1(:));
>>pM1=pM1(:);
>>mM2dB=20*log10(mM2(:));
>>pM2=pM2(:);
>>mM3dB=20*log10(mM3(:));
>>pM3=pM3(:);
>>wp=2*pi./[240 120 60];
>>mpdB=20*log10([0.0515 0.0255 0.0138]);
>>pp=[-67.5 -84 -126];
>>subplot(211);
>>semilogx(w,mM1dB,'b',w,mM2dB,'g',w,mM3dB,'r',wp,mpdB,'ok');
>>subplot(212);
>>semilogx(w,pM1,'b',w,pM2,'g',w,pM3,'r',wp,pp,'ok');
```

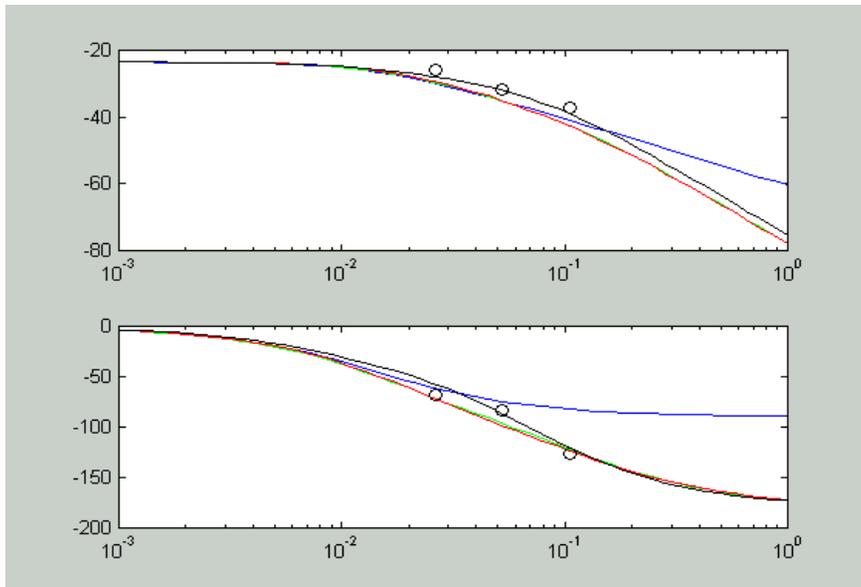


Nel caso mostrato l'accordo è buono ma non perfetto e lo zero sembra esserci (osservare la fase).

Ognuno faccia la stessa cosa sui suoi dati (5 min)

- Possiamo trovare un modello “migliore rispetto al dominio delle frequenze”, ad esempio

```
>>M4=tf(2/30*[48 1],conv(conv([78 1],[20 1]),[12 1]));  
>>[mM4,pM4]=bode(M4,w);  
>>mM4dB=20*log10(mM4(:));  
>>pM4=pM4(:);  
>>subplot(211);  
>>semilogx(w,mM1dB,'b',w,mM2dB,'g',w,mM3dB,'r',w,mM4dB,'k',wp,mpdB,'ok');  
>>subplot(212);  
>>semilogx(w,pM1,'b',w,pM2,'g',w,pM3,'r',w,pM4,'k',wp,pp,'ok');
```



Se però analizziamo la risposta a scalino di M4, scopriamo che esso riproduce i dati un po' meno bene degli altri tre modelli.

- Abbiamo conosciuto l'apparato sperimentale che useremo e posto il nostro problema di controllo.
- Abbiamo scritto un modello dell'apparato basandoci su equazioni di primo principio e, come sempre succede, su ipotesi semplificative.
- Dalla struttura del modello abbiamo dedotto quella (o quelle possibili) della funzione di trasferimento d'interesse per il nostro problema.
- Abbiamo fatto delle prove nei domini del tempo e della frequenza per parametrizzare tale funzione di trasferimento.
- Abbiamo osservato che nessuna delle funzioni di trasferimento determinate è migliore delle altre secondo tutti i punti di vista.
- Che cosa abbiamo imparato da tutto ciò?

- Il modello perfetto non c'è perché nessuna delle necessarie ipotesi semplificative è a rigore vera: tutti i modelli sono schematizzazioni buone per un certo insieme di problemi e non per un altro.
- Un modello identificato nel solo dominio del tempo mira a riprodurre bene i dati da cui è tratto e non è in generale particolarmente preciso in nessuna banda.
- Un modello identificato badando anche al dominio della frequenza può essere reso preciso nella banda desiderata, a patto di avere dati in quella banda: questo può essere molto utile per la sintesi del controllo.
- Ripareremo di tutto ciò nella prossima esercitazione, quando useremo i modelli trovati oggi per sintetizzare con MATLAB il controllo di temperatura, valutarlo e simularne i risultati, e quando infine lo applicheremo fisicamente all'apparato.